Татьяна СТЕЧИШИН

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ФОРМИРОВАНИЮ ПОРТФЕЛЯ ФИНАНСОВЫХ ИНСТРУМЕНТОВ БАНКОВСКОГО УЧРЕЖДЕНИЯ

Рассмотрены основные подходы к формированию оптимального инвестиционного портфеля банковского учреждения. Проанализирована классическая теория выбора портфеля, оценены возможные альтернативные портфели с учетом их ожидаемой доходности, стандартных отклонений, ковариации и корреляции. Предложено формирование оптимального портфеля финансовых инструментов путем экономико-математического моделирования, исходя из заданного уровня риска портфеля и учета вероятности доходности трех разновидностей его составляющих.

Ключевые слова: *инвестиционный портфель, финансовые инструменты, доходность портфеля, риск портфеля.*

В условиях формирования финансового рынка и в связи с переходом к рыночным отношениям особую *актуальность* приобретает задача рационального размещения и управления финансовыми ресурсами. Мировой опыт доказывает, что именно эффективное формирование и использование финансового капитала в инвестиционной деятельности банков является залогом их экономического развития и обеспечения стабильности деятельности. В результате осуществления инвестиций банковские учреждения формируют инвестиционный портфель, качество которого определяет эффективность работы банка. Плохое качество портфеля приводит к убыточной деятельности банка, тогда как умелое управление источниками ресурсов и эффективное распределение между доступными финансовыми инструментами и направлениями инвестирования ведет к высокой доходности. Именно поэтому вопрос формирования эффективного и оптимального портфеля финансовых инструментов был и остается чрезвычайно *актуальным*.

Проблемы определения основных подходов относительно формирования оптимального портфеля финансовых инструментов банковского учреждения исследовали *ученые-экономисты*, в частности: Л. Александер, В. Бейли, Г. Бирман, Дж. Гитман, Э. Долан, К. Эклаунд, Д. Линдсей, А. Маршалл, Ф. Фаббоци, В. Шарп, С. Шмидт, Й. Шумпетер. Однако, учитывая изменчивость экономической среды, вопросы формирования оптимального портфеля финансовых инструментов изучены не в полной мере и требуют дальнейших исследований.

Повысить качество инвестирования позволит применение эффективных экономико-математических методов формирования и управления портфелем. Поэтому *целью статьи* является определение предложений по формированию эффективной и оптимальной структуры портфеля финансовых инструментов банковского учреждения путем моделирования.

При осуществлении инвестиционной деятельности банков важно обоснование решений при вложении капитала в приобретение ценных бумаг различных видов, что обычно предполагает использование положений теории выбора портфеля [1]. Это позволяет определить особенности использования инвесторами собственных ликвидных средств, соотношение акций разных видов, облигаций, наличных средств и других активов, являющихся желательными составляющими их портфеля. Теория выбора портфеля позволяет сформировать методики для определения структуры оптимального портфеля инвестора. Именно эта теория и является основой планировния инвестиционной деятельности банка в условиях риска. Согласно положениям этой теории, инвестор при осуществлении рисковых операций на рынке ценных бумаг принимает решение о распределении своего капитала между рисковыми и безрисковыми вложениями в ценные бумаги при известной начальной цене рисковых ценных бумаг.

Рассмотрим два основных подхода к формированию и оценке инвестиционного портфеля: классическую постановку задачи, т. н. портфель Марковица, состоящий только из рисковых активов, и портфель, состоящий из рисковых и безрисковых.

Исходные положения классической теории выбора портфеля таковы [2]: все инвестиционные решения принимаются только на один период; есть только рисковые бумаги; каждая ценная бумага имеет прогнозируемую вероятность доходности, стандартное отклонение и ковариации доходности любой пары этих бумаг; стандартное отклонение каждой ценной бумаги отражает риск его покупки при условии существования нормального распределения доходности; инвестиции в определенные рисковые активы или портфель таких активов оценивают ожидаемой доходностью и риском; налоги и транзакционные расходы не учитывают.

Инвестор должен в ситуации установленных цен на акции в определенных экономических условиях при субъективных вероятностях и при заданных распределениях будущих доходностей ценных бумаг, зависящих от экономических условий, найти приоритетную для себя структуру портфеля.

Основное преимущество классической теории выбора портфеля состоит в том, что диверсификация инвестиций и увеличение разнообразия финансовых инструментов в портфеле позволяют обеспечить ему риск, который меньше риска наименее рисковой ценной бумаги из этого портфеля. Решая задачу выбора портфеля, предполагают, что инвестор должен решить две проблемы: максимизировать ожидаемую доходность при фиксированном уровне риска и минимизировать риск при заданном уровне ожидаемой доходности.

Как главные показатели эффективности портфеля в портфельной теории использованы два показателя: доходность портфеля и дисперсия доходности портфеля, зависящие от ожидаемой доходности и дисперсии каждого из активов портфеля [2]. Поскольку случайные величины доходностей портфеля взаимосвязаны, то количество параметров в этой модели росло по квадратичному закону зависимости от количества активов, входящих в портфель.

Проблема выбора оптимального портфеля для инвестора требует сравнительной оценки всех возможных альтернативных портфелей с точки зрения их ожидаемых доходностей, стандартных отклонений, ковариации и корреляции. Ожидаемая доходность является мерой потенциального вознаграждения, связанного с портфелем, средневзвешенной ожидаемых доходностей ценных бумаг портфеля.

Стандартное отклонение как мера риска портфеля и является оценкой вероятного отклонения фактической доходности от ожидаемой. Стандартное отклонение портфеля зависит от стандартных отклонений и доли ценных бумаг в портфеле, от ковариаций их друг с другом. Ковариация выступает мерой того, насколько доходности двух ценных бумаг зависят друг от друга, а корреляция является статистической мерой, близкой к ковариации. Но в действительности ковариация двух случайных переменных равна произведению корреляции и стандартных отклонений. Коэффициент корреляции нормирует ковариации для облегчения сравнения с другими случайными переменными.

Очевидно, что эффективных портфелей может быть сформировано много, поэтому вводят понятие оптимального портфеля. По теории Марковица, оптимальный портфель инвестор формирует из набора кривых безразличия. При этом учитывают, что чем выше находится кривая, тем выше и уровень удовлетворения инвестора портфелем. Все комбинации, принадлежащие определенной кривой безразличия, одинаково приемлемы для инвестора, то есть он равнодушен к выбору конкретной комбинации из набора. Таким образом, формируют набор эффективных портфелей для конкретного инвестора, который полностью соответствует его критериям принятия решений (а именно: если у инвестора есть на выбор два портфеля с одинаковым риском, но с разной доходностью, то портфель, имеющий большую доходность, будет для него эффективным). Оптимальным для инвестора будет портфель, соответствующий точке пересечения множества эффективных портфелей и одной из кривых безразличия.

Существенное упрощение модели Г. Марковица предложено в работах У. Шарпа [2], в частности однофакторная модель (single-factor model). Благодаря идее системного риска рыночного портфеля У. Шарпу удалось уменьшить количество параметров модели и свести их к линейной зависимости от количества активов. Дальнейшее развитие это направление теории финансов получило в 60-е годы XX в. в работах [3, 4; 5]. У. Шарп, Дж. Линтнер и Дж. Моссин разработали модель оценки доходности финансовых активов – Capital Asset Pricing Model (CAPM), которая связывает систематический риск и доходность портфеля. Эта модель и сейчас остается одним из фундаментальных научных достижений в теории финансов. Однако модель CAPM не идеальна и неоднократно подвергалась как критике, так и эмпирической проверке. Особенно интенсивно исследования в этом направлении велись в конце 60-х годов прошлого века, а их результаты нашли отражение в сотнях статей. Существуют разные точки зрения по поводу модели, поэтому укажем только некоторые типичные представления о современном состоянии этой теории (с точки зрения Ю. Бригхема и Л. Гапенски).

1. Концепция CAPM, в основе которой лежит приоритет рыночного риска перед общим, является весьма полезной и имеет фундаментальное значение в концептуальном плане. Модель логично отражает поведение инвестора, стремящегося максимизировать свой доход при заданном уровне риска и доступности данных.

2. Теоретически CAPM дает однозначное и хорошо интерпретированное представление о взаимосвязи между риском и необходимой доходностью, однако она предполагает, что для построения связи должны использоваться априорные ожидаемые значения переменных, тогда как в распоряжении аналитика есть только апостериорные фактические значения. Поэтому оценки доходности, найденные с помощью модели, потенциально содержат ошибки.

3. Некоторые исследования, посвященные эмпирической проверке модели, указывают на значительные отклонения между фактическими и расчетными данными, что позволило ученым всерьез критиковать эту теорию. К ним относятся Ю. Фама и К. Френч, изучавшие зависимость между коэффициентами β и доходностью

нескольких тысяч акций по данным за 50 лет. По мнению Бригхема и Гапенски, модель САРМ описывает взаимосвязи между ожидаемыми значениями переменных, поэтому любые выводы, основанные на эмпирической проверке статистических данных, вряд ли правомерны и не могут опровергнуть теорию.

Некоторые исследователи пришли к выводу, что САРМ не является совершенной, основываясь при этом на результатах тестов, которые показали, что зависимость между коэффициентом β (β – это мера чувствительности актива к воздействию рассматриваемого фактора) и средней доходностью акций отсутствует. Результаты тестирования САРМ были поставлены под сомнение в работах [3]. В данных исследованиях установлено, что средние доходности и коэффициенты β имеют положительную линейную связь в случае, если рыночный портфель включает человеческий капитал и коэффициенты β могут изменяться в процессе бизнес-цикла.

В работе [5] утверждается, что САРМ практически невозможно проверить, поскольку единственной гипотезой, которую можно проверить, является та, что "настоящий" рыночный портфель принадлежит эффективному множеству (ожидаемые доходности ценных бумаг и их коэффициенты β связаны положительной линейной зависимостью); "настоящий" рыночный портфель не может быть изменен допустимым способом.

Имеющиеся эмпирические данные подтверждают мнение о том, что анализ инвестиционного портфеля может быть эффективным способом учета риска, по крайней мере при принятии решений на фондовом рынке. Несмотря на эти обнадеживающие результаты в теории инвестиционного портфеля есть серьезные замечания [6], значительная часть которых направлена на обоснованность принятых в теории предположений и возможность ее практического применения.

Одна из главных трудностей, связанная с этой теорией, является потребность в большом объеме информации. Инвестор должен прогнозировать не только доход и дисперсию каждой ценной бумаги, но и ковариации дохода от ценной бумаги с доходом от каждой акции на фондовом рынке, а это слабо реализованная и экономически нецелесообразная задача для большинства инвесторов. Например, если инвестор рассматривает сто ценных бумаг, то он должен оценить сто ожидаемых доходов наряду с ковариацией каждой пары ценных бумаг. Он должен сделать около 5 000 отдельных оценок.

Серьезные замечания выдвигают и к предположению о существовании совершенного рынка капитала. Невозможно вывести любую реальную теорию стоимости ценной бумаги без этого предположения, поскольку в противном случае очень сложно проанализировать эффекты комбинирования не связанных с риском активов и рыночным портфелем. Общим недостатком является отсутствие в реальной экономике полностью безрисковых ценных бумаг. Государственные облигации исключают невыполнения обязательств по ним, однако обладание ими не защищает от инфляции.

Как следует из проведенного анализа литературных источников, отдельные вопросы, связанные с моделями формирования и управления инвестиционным портфелем, остались или не исследованными, или не доведенными до конкретных расчетных методик, позволяющих оптимизировать инвестиционный портфель по определенным критериям.

Эффективный портфель по Марковицу – это допустимый портфель с наибольшей ожидаемой доходностью для заданного уровня риска. Банки, формируя инвестиционный портфель, стремятся максимизировать ожидаемую доходность своих инвестиций при допустимом уровне риска, то есть портфель, удовлетворяющий инвестора в отношении доходности и риска. Рассмотрим формирование оптимального инвестиционного портфеля при заданном уровне риска портфеля, т.е. найдем доли w_i вложения денежных средств в *i*-тые активы, которые максимизируют ожидаемый доход портфеля. Следовательно, необходимо найти пропорции распределения капиталовложений между доступными активами для максимизации ожидаемой доходности портфеля банка.

$$max\,R_p = \max(R_1w_1 + R_2w_2 + R_3w_3)$$

Для портфеля из трех активов риск задается выражением:

$$d_p = \sigma_1^2w_1^2 + \sigma_2^2w_2^2 + \sigma_3^2w_3^2 + 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2w_1w_2 + 2\rho_{13}\sigma_1\sigma_3w_1w_3 + 2\rho_{23}w_2w_3 \qquad (1)$$

$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \qquad (2)$$

где d_p – заданный инвестором риск портфеля, который лежит в пределах $\min\{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3\} < d_p < \max\{\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3\}$;

$\sigma_1,\sigma_2,\sigma_3$ – среднеквадратическое отклонение каждого из активов;

$\rho_{12},\rho_{13},\rho_{23}$ – коэффициент корреляции активов.

Для нахождения искомых частей инвестированных средств w_i подставим в уравнение (1) формулу и получим уравнение, из которого определим w_2:

$$\begin{aligned}&(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)w_2^2 - 2(\rho_{23}\sigma_2\sigma_3w_3 - \rho_{13}\sigma_1\sigma_3w_3 + \rho_{12}\sigma_1\sigma_2(1-w_3) -\\&-\sigma_1^2(1-w_3))w_2 + \sigma_1^2(1-w_3)^2 + \sigma_3^2w_3^2 + 2\rho_{13}\sigma_1\sigma_3(1-w_3)w_3 - d_p = 0\end{aligned} \qquad (3)$$

Решим данное уравнение. Так как коэффициент при w_2^2 положительный и выполняется условие:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 > 0, \qquad (4),$$

поскольку только в случае равенства стандартных отклонений доходности первого и второго активов и полной их корреляционной зависимости коэффициент при w_2^2 может быть равен нулю, и тогда задача формирования из трех активов сведена будет к задаче формирования портфеля из двух активов. Положительное решение уравнения (3) запишем в виде:

$$\begin{aligned}&w_2 = (\sigma_1^2(1-w_3) - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2(1-w_3) + \rho_{13}\sigma_1\sigma_3w_3 - \rho_{23}\sigma_1\sigma_3w_3 +\\&+((\sigma_1^2(1-w_3) - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2(1-w_3) + \rho_{13}\sigma_1\sigma_3w_3 - \rho_{23}\sigma_2\sigma_3w_3)^2 -\\&-(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)(\sigma_1^2(1-w_3)^2 + \sigma_3^2w_3^2 + 2\rho_{13}\sigma_1\sigma_3(1-w_3)w_3 -\\&-d_p))^{1/2}/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2).\end{aligned} \qquad (5)$$

Подставим формулу (5) в $R_p = R_1w_1 + R_2w_2 + R_3w_3$ и получим ожидаемую доходность портфеля:

$$R_p = R_1 + (R_3 - R_1)w_3 + (R_2 - R_1)(\sigma_1^2(1 - w_3) - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2(1 - w_3) +$$
$$\rho_{13}\sigma_1\sigma_3 w_3 - \rho_{23}\sigma_2\sigma_3 w_3 + ((\sigma_1^2(1 - w_3) - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2(1 - w_3) + \rho_{13}\sigma_1\sigma_3 x_3 -$$
$$- \rho_{23}\sigma_2\sigma_3 x_3)^2 - (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)(\sigma_1^2(1 - w_3)^2 + \sigma_3^2 w_3^2 + \quad (6)$$
$$+ 2\rho_{13}\sigma_1\sigma_3(1 - w_3)w_3 - d_p))^{1/2})/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2).$$

Для нахождения оптимального значения функции (6) продифференцируем ее по переменной w_3 и, приравняв к нулю и введя обозначения:

$$A_1 = \rho_{12}\sigma_1\sigma_2 + \rho_{13}\sigma_1\sigma_3 - \rho_{23}\sigma_2\sigma_3 - \sigma_1^2,\ A_2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2,$$
$$A_3 = \sigma_1^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2,\ A_4 = \rho_{13}\sigma_1\sigma_3 - \sigma_1^2,\ A_5 = d_1^2 + \sigma_3^2 - 2\rho_{13}\sigma_1\sigma_3,$$

получим следующее уравнение:

$$R_3 - R_1 + (R_2 - R_1)(A_1 + \tfrac{1}{2}((A_3 + A_1 w_3)^2 -$$
$$- A_2(\sigma_1^2 - d_p - 2A_4 w_3 + A_5 w^2))^{1/2} - \quad (7)$$
$$- ((2A_1(A_3 + A_1 w_3) - 2A_2(A_4 + A_5 w_3)))/A_2 = 0.$$

Введем дополнительные обозначения $B_1 = A_1A_3 - A_2A_4$, $B_2 = A_1^2 - A_2A_5$ и, решив данное уравнение, получим долю w_3 для случая, если коэффициент возле w_3^2 положительный.

$$w_3 = (B_1B_2(R_1 - R_2)^2 - LB_1 + ((B_1B_2(R_1 - R_2)^2 - LB_1)^2 -$$
$$-(LB_2 - (R_1 - R_2)^2 B_2^2)(L(A_3^2A_2(\sigma_1^2 - d_p)) - \quad (8)$$
$$- B_1^2(R_1 - R_2)^2))^{1/2})/(LB_2 - (R_1 - R_2)^2 B_2^2),$$

где $L = ((R_3 - R_1)A_2 + (R_2 - R_1)A_1)^2$.

Подставив полученную долю средств w_3 в формулу (5), получим искомую долю средств w_2, которую целесообразно вложить в другой актив, остальные средства следует инвестировать в первый актив. Если же коэффициент уравнения возле w_3^2 отрицательный, то w_3 будет иметь вид:

$$w_3 = (B_1B_2(R_1 - R_2)^2 - LB_1 - ((B_1B_2(R_1 - R_2)^2 - LB_1)^2 -$$
$$-(LB_2 - (R_1 - R_2)^2 B_2^2)(L(A_3^2A_2(\sigma_1^2 - d_p)) - \quad (9)$$
$$- B_2(R_1 - R_2)^2))^{1/2})/(LB_2 - (R_1 - R_2)^2 B_2^2).$$

Если доходности активов портфеля независимы между собой, то есть коэффициенты корреляции равны нулю $\rho_{12} = \rho_{13} = \rho_{23} = 0$, то равенство (3) упрощается $(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)w_2^2 - 2\sigma_1^2(1 - w_3)^2 + \sigma_1^2(1 - w_3)^2 + \sigma_3^2 x_3^2 - d_p = 0$. Решение данного уравнения относительно w_2 буде иметь следующий вид:

$$w_2 = (\sigma_1^2(1 - w_3) + ((d_p - \sigma_3^2 w_3^2)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1^2\sigma_2^2(1 - w_3)^2)^{1/2}/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2). \quad (10)$$

Соответственно, формула ожидаемой доходности имеет следующий вид:

$$R_p = R_1 + (R_3 - R_1)w_3 + (R_2 - R_1)(((d_p - \sigma_3^2 w_3^2)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \\ - \sigma_1^2\sigma_2^2(1 - w_3)^2)^{1/2})/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) + \sigma_1^2(1 - w_3)/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)). \qquad (11)$$

Чтобы исследовать область допустимых значений формулы (11), необходимо решить неравенство $(d_p - \sigma_3^2 w_3^2)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \sigma_1^2\sigma_2^2(1 - w_3)^2 \geq 0$. Запишем данное неравенство в виде:

$$y = \sigma_3^2(\sigma_1^2 + \sigma_2)^2 w_3^2 + \sigma_1^2\sigma_2^2(1 - w_3)^2 - d_p(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \leq 0 \qquad (12)$$

Поскольку вторая производная функции y от w_3 положительная, то наибольшее значение данная функция приобретает на концах промежутка, где она установлена $w_3 = 0$, или же $w_3 = 1$.

При $w_3 = 0 \quad y = \sigma_1^2\sigma_2^2 - d_p(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$,

а при $w_3 = 1$ $y = (\sigma_3^2 - d_p)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$, что, в свою очередь, учитывая (11), позволяет определить ограничения на дисперсию портфеля:

$$d_p = \sigma_1^2\sigma_2^2/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2), \quad d_p \geq \sigma_3^2. \qquad (13)$$

Считая, что условия выполняются, исследуем функцию (11) на максимум, для чего найдем производную по переменной w_3 и, приравняв к нулю при условии, что $(R_2 - R_1) > 0$; $(R_3 - R_1) > 0$; $(R_3 - R_2) > 0$, получим уравнение:

$$(R_3 - R_1)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)((d_p - \sigma_3^2 w_3^2)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) - \\ - \sigma_1^2\sigma_2^2(1 - w_3)^2)^{1/2}(R_1 - R_2) = \sigma_3^2(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)w_3 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2(1 - w_3) \qquad (14)$$

Обозначим $r_3 = R_3 - ((R_2 - R_1\sigma_1^2)/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2))^3$. Левая часть имеет только положительные значения, если выполняется $(r_3 - R_1)/(R_1 - R_2) > 0$, выполняемая в случаях, если первый актив имеет наименьшую ожидаемую доходность или наибольшую ожидаемую доходность, т.е. $R_1 > r_3$, $R_1 < r_3$.

Для существования решения уравнения (14) необходимо, чтобы и правая часть была положительной, то есть:

$$w_3 < \sigma_1^2\sigma_2^2/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2\sigma_3^2 + \sigma_2^2\sigma_3^2). \qquad (15)$$

Возведя уравнение в квадрат, сведя к каноническому виду и обозначив $d_i = \sigma_i$, получим его решение, если:

$$(r_3 - R_1)/(R_1 - R_2) = (\sigma_1^2\sigma_2^2 + \sigma_1^2\sigma_3^2 + \sigma_2^2\sigma_3^2)^{1/2}/(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \qquad (16)$$

$$w_3 = (d_1^2 d_2^2 - (d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3)(d_1 d_p + \\ + d_2 d_p - d_1 d_p))/4 d_1 d_2 (d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3)). \qquad (17)$$

Подставив формулу (17) в неравенство (15), получим такое условие:

$$d_p > d_1 d_2 (d_1 d_3 + d_2 d_3 - 2 d_1 d_2)/((d_1 + d_2)(d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3)). \qquad (18)$$

Кроме условия (18), найдем условие на дисперсию портфеля, при которой решение (17) положительное:

$$d_p < d_1 d_2 (d_1 d_3 + d_2 d_3 + 2 d_1 d_2)/(d_1 + d_2)(d_1 d_2 + d_1 d_3 + d_2 d_3) \qquad (19)$$

Следовательно, в условиях (16), (18), (19) значение w_3 вычислено по формуле (17) является точкой экстремума доходности портфеля. Вычислим производную второго порядка, для того чтобы выяснить, как данная точка экстремума определяет минимальный или максимальный доход портфеля:

$$\frac{d^2R_p}{dw_3^2}=(R_2-R_1)/(d_1+d_2)(-(d_1d_2+d_1d_3+d_2d_3)((d_p-d_3w_3^2)(d_1+d_2)-$$
$$-d_1d_2(1-w_3)^2)^{1/2}-1/2((d_p-d_3w_3^2)(d_1+d_2)-d_1d_2(1-w_3)^2)^{2/3}+ \qquad (20)$$
$$+2(-(d_3(d_1+d_2)w_3+d_1d_2(1-w_3))^2).$$

Как следует из формулы (19), вторая производная отрицательна, если $R_2-R_1>0$, то есть ожидаемая доходность второго актива превышает доходность первого актива. Значит, формулой (17) следует пользоваться для определения доли средств, которые целесообразно вложить в третий актив, если выполняется условие $R_1>r_3$ и $R_1=\min\{R_1,R_2,R_3\}$. Если же $R_2<R_1$, то при значении, рассчитанном по формуле (16), ожидаемый доход портфеля будет минимально возможным при заданном значении среднеквадратического отклонения портфеля. Так, если доходность первого актива составляет $r_1=0{,}45$, его дисперсия $D_1=0{,}05$, а доходность второго актива $r_2=0{,}9$ и, соответственно, дисперсия $D_2=0{,}1$, третьего актива $r_3=0{,}36$, $D_3=0{,}02$, то выполняется условие (15). При заданном уровне риска портфеля $d_p=0{,}03$, согласно с формулой (16), в третий актив следует направить $w_3=0{,}181$ всех средств, во второй актив $w_2=0{,}489$ согласно с (9), а остальные – в первый актив $w_1=0{,}330$. Если же средства разделить поровну между активами, то доходность такого портфеля будет ниже $r_p=0{,}570$ (табл. 1).

Таблица 1

Оптимальный инвестиционный портфель при заданном уровне риска

Финансовые инструменты	Дисперсии активов	Доходности активов	Оптимальные доли	Доходность портфеля
Облигации	0,05	0,45	0,330	0,654
Акции	0,1	0,9	0,489	0,570
Векселя	0,02	0,36	0,181	
Заданный уровень риска портфеля	0,03			

Если доходность первого актива составляет $r_1=0{,}65$, его дисперсия $D_1=0{,}06$, а доходность второго актива $r_2=0{,}9$ и, соответственно, дисперсия $D_2=0{,}1$, третьего актива $r_3=0{,}36$, $D_3=0{,}02$, то выполняется условие (15). При заданном уровне риска портфеля $d_p=0{,}04$, согласно с формулой (16), в третий актив следует направить $w_3=0{,}146$ всех средств, во второй актив $w_2=0{,}597$ согласно с (9), а остальные – в первый актив $w_1=0{,}257$. Если же средства разделить поровну между активами, то доходность такого портфеля будет ниже $r_p=0{,}637$ (табл. 2).

Таблица 2

Оптимальный инвестиционный портфель банка при заданном уровне риска портфеля

Финансовые инструменты	Дисперсии активов	Доходности активов	Оптимальные доли	Доходность портфеля
Облигации	0,06	0,65	0,257	0,757
Акции	0,1	0,9	0,597	0,637
Векселя	0,02	0,36	0,146	
	0,04			

Таким образом, в данной статье рассчитан оптимальный инвестиционный портфель при заданном уровне риска портфеля, т.е. найдены доли вложения денежных средств в финансовые инструменты, которые максимизируют ожидаемый доход портфеля. Данный подход учитывает ожидаемые доходности объектов портфеля и может быть внедрен в практическое использование в банковских учреждениях. Поэтому считаем целесообразным продемонстрировать процесс формирования портфеля финансовых инструментов.

Учитывая реалии современного рынка ценных бумаг, подберем произвольные финансовые инструменты, из которых банк вправе формировать собственный инвестиционный портфель. Одними из самых надежных финансовых инструментов сегодня являются различные виды облигаций, поэтому для примера возьмем портфель из трех активов – исключительно долговых финансовых инструментов. Одними из первых, которые, по нашему мнению, должны обязательно находиться в портфеле банка, являются ОВГЗ. В зависимости от срока размещения этих облигаций их доходность колеблется в пределах от 14 до 18%, поэтому необходимо взять среднюю доходность по этим финансовым инструментам – 17%. Кроме того, как видно из анализа тенденций развития рынка долговых обязательств, чрезвычайно перспективными и доходными считаются корпоративные облигации. Уровень доходности отдельных эмитентов оценивается экспертами в 50–80%, а иногда и до 100%. Мы возьмем средний уровень доходности перспективных эмитентов 65%, и третьим активом у нас выступят муниципальные облигации с уровнем доходности в 30%.

Подставив в предложенную модель уровни доходности предлагаемых активов, можем утверждать, что для банка выгоднее распределить активы поровну, поскольку это принесет для банка больший уровень доходности 37,3%, чем вкладывать по предложенным долям, а именно 14,6% в ОВГЗ; 59,7% в муниципальные облигации; 25,7% в корпоративные облигации. В таком случае доходность будет составлять 0,371 ед., или 37,1% (табл. 3).

Таблица 3

Оптимальный портфель финансовых инструментов банка

Финансовые инструменты	Дисперсии активов	Доходности активов	Оптимальные доли	Доходность портфеля
Облигации	0,06	0,65	0,257	0,371
Акции	0,1	0,3	0,597	0,373
Векселя	0,02	0,17	0,146	
	0,04			

Итак, используя данную модель, менеджмент банка имеет возможность формировать оптимальный инвестиционный портфель, включая в него любые активы, которые обращаются на финансовом рынке. Сравнивая комбинации с долей, инвестор имеет возможность осуществлять постоянный мониторинг портфеля и менять его структуру в соответствии с экономической ситуацией. Преимуществом такой модели является несложность проведения расчетов и возможность применения компьютерной техники, что позволит большему количеству менеджеров эффективно управлять портфелями ценных бумаг. Использование такой модели в практической деятельности банка позволит оптимизировать структуру портфеля финансовых инструментов, что приведет к увеличению прибыльности банка и в дальнейшем – к активизации деятельности банковских учреждений на фондовом и финансовом рынках.

Литература

1. *Шарп У. Ф., Инвестиции: [Пер. с англ.] / У. Ф. Шарп, Г. Дж. Бэйли. – М.: Инфра – М., 1997. – 1042 с.*
2. *Шарп У. Инвестиции: [Пер. с англ.] / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бейли. – М.: ИНФРА-М, 1999. – 1028 с.*
3. *Райс Т., Койли Б. Финансовие инвестиции и риск / Т. Райс, Б. Койли. – Пер. с англ. – К.: Торгово-издат. бюро BHV, 1995. – 592 с.*
4. *Ван Хорн Дж. К. Основы управления финансами. / Дж. К. Ван Хорн.; пер. с англ.; гл. ред. серии Я.В. Соколов. – М.: Финансы и статистика, 1997. – 800 с.*
5. *Самуэльсон П. Экономика / П. Самуэльсон. – Львов: Свит, 1993. – 496 с.*
6. *Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент / И. А. Бланк. – К.: МП "ИТЕМ" ЛТД, "Юнайтед Лондон Трейд Лимитед", 1995. – 448 с.*

Редакция получила материал 15 сентября 2010 г.