

УДК 519-7

ІНТЕРВАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ЗБИТКІВ ВНАСЛІДОК ЗАБРУДНЕННЯ АВТОТРАНСПОРТОМ

М. П. Дивак

Вступ

Одною із основних проблем великих міст є забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту. Особливої актуальності дана проблема набуває в нинішній час, який характеризується суттєвим зростанням транспортних потоків. Зосереджуючись на задачах зниження інтенсивностей транспортних потоків в місцях постійного скупчення великої кількості транспорту, аспекти забруднення атмосфери як правило ігноруються. Вважається, що чим більша інтенсивність транспортних потоків, тим більше забруднення. Тобто не враховуються такі фактори, як: ступінь провітрювання певних частин міста, погодні умови, тривалість дії шкідливих викидів, тощо. Окрім того, згідно існуючих методик [1], збитки нанесені довкіллю визначаються через річні викиди в атмосферу. На сьогоднішній день існує ряд математичних моделей, які дозволяють проводити прогнозування цих збитків [2]. Проте практично усі моделі є загрубленими, не враховують великої кількості факторів впливу та не спираються на реально існуючу лабораторну базу. До того ж провести моделювання річних викидів автотранспорту у межах міста чи його районів не спираючись на реальні вимірювання практично не можливо. Тим часом, лабораторіями санітарно-епідеміологічної станції (СЕС) будь якого обласного центру проводиться постійний контроль миттєвих значень шкідливих викидів, включаючи і викиди автотранспортом. Для цього лабораторії обладнанні спеціальним обладнанням, спектроаналізаторами. Це створює умови отримання динаміки збитків.

З іншого боку, переважно спектроаналізатори характеризуються значними вимірювальними похибками (до 50%). За таких умов випадковою складовою похибок вимірювань можна знехтувати і враховувати при побудові моделей граничні амплітуди похибок вимірювань, тобто перейти до інтервальних моделей представлення вимірних концентрацій шкідливих речовин та інтервальних моделей для прогнозування збитків [3,4].

Виходячи із викладеного вище, актуальною проблемою є побудова інтервальних моделей динаміки збитків, нанесених довкіллю автотранспортом.

Мета

Метою досліджень є побудова інтервальних моделей динаміки збитків, нанесених довкіллю автотранспортом.

Постановка задачі

Динаміку збитків будемо описувати різницевиими рівняннями:

$$\vec{x}_{k+1} = G \cdot \vec{x}_k + Q \cdot \vec{u}_k, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (1)$$

де k - номер часової дискрети; $\vec{x}_k$, $\vec{x}_{k+1}$ - вектори (розмірністю $(n \times 1)$), задають розмір збитків (динаміку) в k -й та $k+1$ -й дискретний момент часу, відповідно; $\vec{u}_k = (u_{1k}, u_{2k}, \dots, u_{pk})^T$ - вектор (розмірністю $p \times 1$), компоненти якого задають інтенсивності транспортних потоків, погодні умови, силу та напрям вітру, а також інші фактори впливу на розмір збитків в k -й дискретний момент часу;

$$G = \begin{pmatrix} g_{11} & \dots & g_{1i} & \dots & g_{1n} \\ g_{21} & \dots & g_{2i} & \dots & g_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ g_{n1} & \dots & g_{ni} & \dots & g_{nn} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} q_{11} & \dots & q_{1i} & \dots & q_{1p} \\ q_{12} & \dots & q_{2i} & \dots & q_{2p} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ q_{n1} & \dots & q_{ni} & \dots & q_{np} \end{pmatrix} - \text{матриці параметрів моделі,}$$

елементи яких необхідно ідентифікувати.

Алгебричні рівняння, що описують залежність між збитками та їх причиною - миттєвими концентраціями шкідливих викидів, запишемо у такому вигляді:

$$\vec{y}_{k+1} = C \cdot \vec{x}_{k+1} + \vec{e}_{k+1}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (2)$$

де $\vec{y}_{k+1}$ - вектор (розмірністю $m \times 1$) вимірних значень концентрацій шкідливих речовин;

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1i} & \cdots & c_{1n} \\ c_{12} & \cdots & c_{2i} & \cdots & c_{2n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mi} & \cdots & c_{mn} \end{pmatrix} - \text{матриця, яка задає взаємозв'язок між концентраціями виявлених}$$

миттєвих значень шкідливих речовин і збитками різних видів; $\vec{e}_{k+1} = (e_{1k+1} \ e_{2k+1} \ \cdots \ e_{mk+1})^T$ – вектор обмежених за амплітудою похибок, який враховує похибки вимірювань концентрацій шкідливих викидів, похибки приведення миттєвих значень концентрацій до отриманих за період дискретності та ін. Вважатимемо, що граничні межі цих похибок є відомими, тобто

$$|e_{1k+1}| = |e_{2k+1}| = \cdots = |e_{mk+1}| = |e_{k+1}| \leq \Delta_{k+1}, \quad \Delta_{k+1} > 0 \quad \forall k = 0, \dots, N-1. \quad (3)$$

Динаміку збитків описуватимемо допусковими коридорами у такому вигляді:

$$[\hat{x}_{k+1}] = [\hat{x}_{k+1}^-, \hat{x}_{k+1}^+] \subseteq [\bar{z}_{k+1}] = [\bar{z}_{k+1}^-, \bar{z}_{k+1}^+], \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (4)$$

де

$$[\hat{x}_{k+1}] = \hat{G} \cdot [\hat{x}_k] + \hat{Q} \cdot \vec{u}_k, \quad (5)$$

$\hat{G}$ та $\hat{Q}$ – матриці оцінок параметрів моделі (1), $[\bar{z}_{k+1}^-, \bar{z}_{k+1}^+]$ – вектор допускових оцінок збитків, отриманий на основі перерахунку миттєвих концентрацій шкідливих викидів.

Для отримання оцінок параметрів моделі (1) спочатку необхідно встановити взаємозв'язок між миттєвими значеннями концентрацій шкідливих викидів автотранспорту та збитками.

Методика оцінювання взаємозв'язку між миттєвими значеннями концентрацій шкідливих викидів автотранспорту та збитками.

Враховуючи наявні, обмежені за амплітудою похибки $\vec{e}_{k+1}$, взаємозв'язок між концентраціями виявлених миттєвих значень шкідливих речовин і збитками різних видів матиме такий наближений вигляд:

$$\bar{y}_{k+1} - \Delta_{k+1} \cdot \vec{I} \leq C \cdot \vec{x}_{k+1} \leq \bar{y}_{k+1} + \Delta_{k+1} \cdot \vec{I}, \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (6)$$

де $\vec{I}$ – одиничний вектор.

Введемо деяке спрощення, яке суттєвим чином не впливає на подальший розгляд. А саме будемо вважати, що кількість видів шкідливих речовин співпадає із кількістю видів збитків $m=n$. В цьому випадку матриця C є квадратною та не виродженою.

На сьогоднішній день існує ряд методик визначення сум збору пересувними джерелами забруднення. Зокрема, відповідно до п. 6.2 "Інструкції про порядок обчислення та сплати збору за забруднення навколишнього природного середовища", затвердженої спільним наказом Мінекобезпеки та ДПА №162/379 від 19.07.99р., сума збору визначається в залежності від кількості використаного пального. Проте такий підхід непридатний у випадку оцінки збитків нанесених навколишньому середовищу конкретного району міста автотранспортом.

Згідно [1], величину збитків по видах, віднесених до тони шкідливих викидів можна розрахувати за формулою

$$ZB_{ij} = NZV_{ij} \cdot \Pi \cdot K_1 \cdot K_2,$$

де NZV_{ij} – нормативи j - того збору, який справляється за річні викиди i -тої забруднюючої речовини (грн/т); Π – величина індексу споживчих цін (індекс інфляції) за попередній рік; K_1 – коригуючий коефіцієнт до нормативів збору, який встановлюється залежно від чисельності жителів населеного пункту; K_2 – коригуючий коефіцієнт до нормативів збору, який встановлюється залежно від народногосподарського значення населеного пункту.

Тоді кожен елемент матриці взаємозв'язку між концентраціями виявлених миттєвих значень шкідливих речовин і збитками різних видів обчислюємо за формулою

$$c_{ij} = 1 / NZV_{ij} \cdot \Pi \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot K_3, \quad (7)$$

де K_3 – коефіцієнт перерахунку миттєвих значень концентрацій шкідливих викидів у концентрації за певний період.

Методика розрахунку коефіцієнта K_3 зорієнтована на відповідну технологію отримання миттєвих значень концентрацій шкідливих викидів. Розглянемо розрахунок вказаного коефіцієнта при використанні спектроаналізаторів типу „Аквілон 1-1”, „СФ-26”, „Тайфун Р-20-2”. Технологія вимірювання миттєвих значень концентрацій за допомогою вказаних приладів передбачає забір повітря в точках вимірювань на протязі $t_v=10-20$ хвилин і з подальшим виділенням концентрацій шкідливих викидів в лабораторних умовах. Тому реально процес вимірювання дозволяє встановити сумарні миттєві концентрації шкідливих викидів автотранспорту та фонові концентрації. В той же час у місцях постійного скупчення великої кількості автотранспорту частка шкідливих викидів у вимірних миттєвих концентраціях суттєво перевищуватиме фонові. отже останніми можна знехтувати. До того ж інтенсивне розповсюдження шкідливих викидів в атмосфері внаслідок провітрювання забезпечуватиме співпадання вимірних миттєвих значень концентрацій шкідливих викидів з реальними викидам автотранспорту за період вимірювання.

За цих умов, коефіцієнт K_3 обчислюватимемо за такою формулою:

$$K_3 = V \cdot t_k / t_v,$$

де V – об'єм приземистого шару атмосфери, який визначається його товщиною та площею району інтенсивного руху автотранспортних засобів; t_v – тривалість забору повітря для вимірювання концентрацій шкідливих викидів, виражена у частці до річної; t_k – тривалість дискретності у частці до року.

Зауважимо, що при цьому компоненти $\vec{y}_{k+1}$ – вектора вимірних значень концентрацій шкідливих речовин у $k+1$ -й дискретний момент часу обчислюватимемо на основі миттєвих $\tilde{y}_{k+1}$ за формулою

$\vec{y}_{k+1} = t_k \cdot \tilde{y}_{k+1}$. Таким чином похибки $\vec{e}_{k+1} = (e_{1k+1} \ e_{2k+1} \ \dots \ e_{mk+1})^T$ у формулі (2) враховуватимуть також похибку перерахунку вимірних миттєвих значень концентрацій шкідливих викидів у концентрації для заданої тривалості дискретності, наприклад денних викидів шкідливих речовин.

Ідентифікація інтервальної моделі динаміки збитків.

Введемо позначення $C^{-1} = \{c_{ij}^*, i=1, \dots, m; j=1, \dots, m\}$ – обернена матриця до матриці C . Обчислимо “точні”, тобто одночасно гарантовані і допускові оцінки динаміки збитків у $k+1$ -й момент часу із інтервальної системи лінійних алгебричних рівнянь (ІСЛАР) (6)

$$\begin{cases} \min_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{11}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{1i}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{1m}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{k+1})\} \leq x_{1k+1} \leq \\ \max_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{11}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{1i}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{1m}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{k+1})\}; \\ \vdots \\ \min_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{k+1})\} \leq x_{ik+1} \leq \\ \max_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{k+1})\}; \\ \vdots \\ \min_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{m1}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{mi}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{mm}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{k+1})\} \leq x_{mk+1} \leq \\ \max_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{m1}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{mi}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{mm}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{k+1})\}; \end{cases}$$

$$k = 0, \dots, N-1. \quad (8)$$

Позначимо:

$$y_{ik+1}^- = y_{ik+1} - \Delta_{k+1};$$

$$y_{ik+1}^+ = y_{ik+1} + \Delta_{k+1};$$

$$z_{ik+1}^- = \min_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} - \Delta_{k+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} - \Delta_{k+1})\}; \quad (9)$$

$$z_{ik+1}^+ = \max_{\Delta_{k+1} \in \{-\Delta_{k+1}; +\Delta_{k+1}\}} \{c_{i1}^* \cdot (y_{1k+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{ii}^* \cdot (y_{ik+1} + \Delta_{k+1}) + \dots + c_{im}^* \cdot (y_{mk+1} + \Delta_{k+1})\}. \quad (10)$$

Зауважимо, що z_{ik+1}^- , z_{ik+1}^+ , обчислені за формулами (9) та (10) відповідно, означають нижнє та верхнє значення гарантованих оцінок збитків, приведених до об’єму приземистого шару атмосфери для k -тої дискети.

Тоді система (8) матиме вигляд

$$\begin{cases} z_{1k+1}^- \leq x_{1k+1} \leq z_{1k+1}^+; \\ \vdots \\ z_{ik+1}^- \leq x_{ik+1} \leq z_{ik+1}^+; \\ \vdots \\ z_{mk+1}^- \leq x_{mk+1} \leq z_{mk+1}^+; \end{cases} \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (11)$$

Гарантовані “загрублені” інтервальні оцінки збитків $[\bar{x}_k]$ на основі вимірних концентрацій шкідливих викидів, можна також отримати із використанням інтервальної арифметики

$$[\bar{x}_k] = C^{-1} \cdot [\bar{y}_k^-, \bar{y}_k^+], \quad k = 0, \dots, N-1. \quad (12)$$

Перепишемо включення (4) користуючись отриманими “точними” і “загрубленими” інтервальними оцінками динаміки збитків. Для цього у рівняння (5) замість вектора $[\hat{x}_k]$ підставимо гарантовані “загрублені” інтервальні оцінки $[\bar{x}_k]$, задані ІСЛАР (12). Тепер для виконання включення (4) підставимо замість $\bar{x}_{k+1}$ в ІСЛАР (10) задані рівняннями (5) інтервальні оцінки збитків $[\hat{x}_{k+1}]$. Отримаємо таку систему:

$$\begin{cases} z_{1k+1}^- \leq \hat{g}_1^T \cdot C^{-1} \cdot [\bar{y}_k^-, \bar{y}_k^+] + \hat{q}_1^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{1k+1}^+; \\ \vdots \\ z_{ik+1}^- \leq \hat{g}_i^T \cdot C^{-1} \cdot [\bar{y}_k^-, \bar{y}_k^+] + \hat{q}_i^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{ik+1}^+; \\ \vdots \\ z_{mk+1}^- \leq \hat{g}_m^T \cdot C^{-1} \cdot [\bar{y}_k^-, \bar{y}_k^+] + \hat{q}_m^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{mk+1}^+; \end{cases} \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (13)$$

де $\hat{g}_i^T = (\hat{g}_{i1}, \dots, \hat{g}_{ii}, \dots, \hat{g}_{im})$ – вектор-стрічка матриці $\hat{G}$; $\hat{q}_i^T = (\hat{q}_{i1}, \dots, \hat{q}_{ii}, \dots, \hat{q}_{ip})$ – вектор-стрічка матриці $\hat{Q}$.

Позначимо:

$$[\bar{z}_k^-] = C^{-1} \cdot [\bar{y}_k^-], \quad (14)$$

$$[\bar{z}_k^+] = C^{-1} \cdot [\bar{y}_k^+] \quad (15)$$

Із урахуванням введених позначень, ІСЛАР (12) матиме такий вигляд:

$$\begin{cases} z_{1k+1}^- \leq \hat{g}_1^T \cdot [\bar{z}_k^-, \bar{z}_k^+] + \hat{q}_1^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{1k+1}^+; \\ \vdots \\ z_{ik+1}^- \leq \hat{g}_i^T \cdot [\bar{z}_k^-, \bar{z}_k^+] + \hat{q}_i^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{ik+1}^+; \\ \vdots \\ z_{mk+1}^- \leq \hat{g}_m^T \cdot [\bar{z}_k^-, \bar{z}_k^+] + \hat{q}_m^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{mk+1}^+; \end{cases} \quad k = 0, \dots, N-1, \quad (16)$$

Система (16) є інтервальною системою $m \times N$ лінійних алгебраїчних рівнянь відносно оцінок параметрів моделі у вигляді (1). Розв’язком даної системи є в загальному випадку не опукла множина оцінок параметрів. В той же час у праці [3] показано, що множини допустимих оцінок параметрів $\hat{G}$ та $\hat{Q}$, які забезпечують виконання умови (4) є опуклими. До того ж ІСЛАР (16) можна розділити на відносно незалежні блоки по N рівнянь у кожному [3]. Тоді для спрощення, у задачі знаходження допускових оцінок збитків розглядатимемо розв’язок для одного блоку ІСЛАР у вигляді

$$z_{ik+1}^- \leq \hat{g}_i^T \cdot [\bar{z}_k^-, \bar{z}_k^+] + \hat{q}_i^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{ik+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1$$

і при цьому опускаючи індекс i отримаємо

$$z_{k+1}^- \leq \hat{g}^T \cdot [\bar{z}_k^-, \bar{z}_k^+] + \hat{q}^T \cdot \bar{u}_k \leq z_{k+1}^+, \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (17)$$

Позначимо одну точку множини розв'язків ІСЛАР (17) – допустимий розв'язок у такий спосіб:
 $\hat{g}_{dop} = (\hat{g}_{1dop}, \dots, \hat{g}_{mdop}, \hat{q}_{1dop}, \dots, \hat{q}_{pdop})^T$.

Допустимий розв'язок $\hat{g}_{dop} = (\hat{g}_{1dop}, \dots, \hat{g}_{mdop}, \hat{q}_{1dop}, \dots, \hat{q}_{pdop})^T$ для заданого початкового інтервального наближення $[\bar{x}_0^-, \bar{x}_0^+]$ дозволить побудувати коридори допускових дискретних моделей динаміки збитків (1).

Для знаходження оцінок $\hat{g}_{dop} = (\hat{g}_{1dop}, \dots, \hat{g}_{mdop}, \hat{q}_{1dop}, \dots, \hat{q}_{pdop})^T$ можна використати алгоритм, наведений у праці [3]. Проте даний алгоритм відзначається надмірною обчислювальною складністю, тому із урахуванням специфіки задачі доцільно розробити більш простіший.

Введемо такі обмеження на значення оцінок частини параметрів моделі: $\hat{g}_{1dop} \geq 0, \dots, \hat{g}_{mdop} \geq 0$. Тобто додамо до ІСЛАР (17) такі обмеження:

$$g_i \geq 0, \quad \forall i = 1, \dots, m. \quad (18)$$

В силу додатності компонент векторів збитків $\bar{x}_k$, $\bar{x}_{k+1}$ із системи (11) витікає, що в ІСЛАР (17): $z_{k+1}^- \geq 0$, $0 \leq z_{ik+1}^+$, $z_{ik}^- \geq 0$, $0 \leq z_{ik}^+$, $\forall i = 1, \dots, m$, $\forall k = 0, \dots, N-1$.

З урахуванням зроблених вище зауважень та доповнень ІСЛАР (17) можна переписати у вигляді такої системи лінійних нерівностей:

$$\begin{cases} z_{k+1}^- \leq \hat{g}^T \cdot \bar{z}_k^- + \hat{q}^T \cdot \bar{u}_k, & k = 0, \dots, N-1 \\ z_{k+1}^+ \geq \hat{g}^T \cdot \bar{z}_k^+ + \hat{q}^T \cdot \bar{u}_k, & k = 0, \dots, N-1. \\ \hat{g}_i \geq 0, & i = 1, \dots, m \end{cases} \quad (19)$$

Оскільки множина розв'язків системи (19) є опуклий многогранник в просторі параметрів $g_1, \dots, g_i, \dots, g_m, q_1, \dots, q_i, \dots, q_p$ моделі (1), то для знаходження хоча б одного допускового розв'язку достатньо розв'язати таку задачу лінійного програмування (ЛП):

$$\hat{g}_i \longrightarrow \min, \quad (20)$$

з обмеженнями (19). Однак за рахунок похибок заокруглень цей результат може виявитись недопусковим. Тому допускову оцінку вектора параметрів моделі (1) отримуватимемо шляхом усереднення розв'язків таких задач ЛП:

$$\hat{g}_i \longrightarrow \min, \quad (21)$$

$$\hat{g}_i \longrightarrow \max, \quad (22)$$

за обмежень (19). Причому індекс $i = 1, \dots, m$ вибирається довільно.

Позначимо розв'язок задачі (21), (19) за $\hat{g}_{\min} = (\hat{g}_{1\min}, \dots, \hat{g}_{m\min}, \hat{q}_{1\min}, \dots, \hat{q}_{p\min})^T$, а розв'язок задачі ЛП (22), (19) за $\hat{g}_{\max} = (\hat{g}_{1\max}, \dots, \hat{g}_{m\max}, \hat{q}_{1\max}, \dots, \hat{q}_{p\max})^T$. Тоді допусковий розв'язок обчислюватимемо за формулою

$$\hat{g}_{dop} = (\hat{g}_{\min} + \hat{g}_{\max}) / 2. \quad (23)$$

Моделювання динаміки збитків нанесених довкіллю внаслідок забруднень атмосфери автотранспортом.

Побудуємо модель динаміки збитків, нанесених шкідливими викидами автотранспорту на прикладі м. Тернополя. Дана модель має один „вихід“ ($\bar{u}_k$) – інтенсивність транспортних потоків та

параметр стану x_{k+1} - щоденні збитки від викидів шкідливих речовин по місту. Миттєві значення $\tilde{y}_{k+1}$ концентрації діоксиду азоту отримано шляхом забору повітря в точці вимірювань на протязі $t_v=10$ хвилин і з подальшим виділенням концентрації шкідливих викидів в лабораторних умовах. При цьому похибка вимірювань разом із методичною похибкою складала не більше 30%. Вимірювання проводились щоденно протягом квітня 2007 року. Результати вимірювань подано в таблиці 1.

Таблиця 1 – Миттєві значення концентрації шкідливих забруднень автотранспортом за квітень 2007р

Дата	k	Межі миттєвих значень концентрації діоксиду азоту (NO ₂), мг/м ³	
		$\tilde{y}_k^-$	$\tilde{y}_k^+$
1.04	1	0.0629	0.0851
2.04	2	0.0714	0.0966
3.04	3	0.0722	0.0977
4.04	4	0.0740	0.1000
5.04	5	0.0748	0.1012
6.04	6	0.0714	0.0966
7.04	7	0.0586	0.0793
8.04	8	0.0595	0.0805
9.04	9	0.0663	0.0897
10.04	10	0.0680	0.0920
11.04	11	0.0629	0.0851
12.04	12	0.0646	0.0874
13.04	13	0.0748	0.1012
14.04	14	0.0561	0.0759
15.04	15	0.0586	0.0793
16.04	16	0.0739	0.1000
17.04	17	0.0748	0.1012
18.04	18	0.0748	0.1012
19.04	19	0.0629	0.0851
20.04	20	0.0646	0.0874
21.04	21	0.0646	0.0874
22.04	22	0.0612	0.0828
23.04	23	0.0722	0.0977
24.04	24	0.0714	0.0966
25.04	25	0.0680	0.0920
26.04	26	0.0680	0.0920
27.04	27	0.0697	0.0943
28.04	28	0.0663	0.0897
29.04	29	0.0671	0.0908
30.04	30	0.0714	0.0966

Нормативи збору за забруднення навколишнього природного середовища за діючою формою податкового розрахунку для діоксиду азоту складають - 131 грн./т. Для обчислення за формулою (7) елементів матриці взаємозв'язку між концентраціями виявлених миттєвих значень діоксиду азоту і збитками нанесеними довкіллю були також використані такі дані: $\Pi = 1,116$ (2007 рік); $K1 = 1,2$ (100,1-250 тис. чол.); $K2 = 1,25$ (місто державного значення). Для розрахунку коефіцієнта $K3$ перерахунку миттєвих значень концентрацій шкідливих викидів у щоденні концентрації встановлено, що об'єм приземистого шару атмосфери центральної частини міста Тернополя складає: $V=59000000\text{м}^3$.

Із урахуванням даних таблиці 1, а також вище наведених даних, обчислюємо значення гарантованих меж щоденних збитків для $k+1$ та k -тої дискрет, відповідно за формулами (9), (10), (14), (15): z_{k+1}^- , z_{k+1}^+ ; z_k^- , z_k^+ , $k = 0, \dots, 29$. Результати розрахунків разом із значеннями щоденної інтенсивності транспортних потоків подано в таблиці 2.

Таблиця 2 – Щоденні збитки внаслідок забруднення автотранспортом приземистого шару атмосфери центральної частини м. Тернопіль за квітень 2007р

Дата	k	Інтенсивність транспортних потоків, автомоб./добу	Межі збитків внаслідок забруднень діоксидом азоту, грн.	
		u_k	z_k^-	z_k^+
1.04	1	84960	117.19	158.55
2.04	2	86400	133.03	179.98
3.04	3	86400	134.52	182.03
4.04	4	76320	137.87	186.31
5.04	5	73440	139.36	188.55
6.04	6	50400	133.03	179.98
7.04	7	50400	109.18	147.75
8.04	8	67680	110.86	149.98
9.04	9	69120	123.52	167.12
10.04	10	64800	126.69	171.41
11.04	11	66240	117.19	158.55
12.04	12	76320	120.36	162.84
13.04	13	47520	139.36	188.55
14.04	14	50400	104.52	141.41
15.04	15	83520	109.18	147.75
16.04	16	84960	137.68	186.31
17.04	17	80640	139.36	188.55
18.04	18	64800	139.36	188.55
19.04	19	66240	117.19	158.55
20.04	20	54720	120.36	162.84
21.04	21	51840	120.36	162.84
22.04	22	79200	114.02	154.27
23.04	23	82080	134.52	182.03
24.04	24	69120	133.03	179.98
25.04	25	69120	126.69	171.41
26.04	26	72000	126.69	171.41
27.04	27	56160	129.86	175.69
28.04	28	57600	123.52	167.12
29.04	29	73440	125.02	169.17
30.04	30	53280	133.03	179.98

За даними таблиці 2 складемо систему лінійних нерівностей (19) для знаходження матриці параметрів динамічної моделі $\hat{G}_{dop}$ та вектора $\hat{q}_{dop}$

$$\begin{cases} z_{k+1}^- \leq \hat{g}^- \cdot z_k^- + \hat{q}^- \cdot u_k, k=1, \dots, 29 \\ z_{k+1}^+ \geq \hat{g}^T \cdot z_k^+ + \hat{q} \cdot u_k, k=1, \dots, 29 \\ \hat{g} \geq 0 \end{cases}$$

Із розв'язку задач лінійного програмування

$$\hat{g} \longrightarrow \min, \quad \hat{g} \longrightarrow \max,$$

$$\begin{cases} z_{k+1}^- \leq \hat{g}^- \cdot z_k^- + \hat{q}^- \cdot u_k, k=1, \dots, 29 \\ z_{k+1}^+ \geq \hat{g}^T \cdot z_k^+ + \hat{q} \cdot u_k, k=1, \dots, 29 \\ \hat{g} \geq 0 \end{cases}$$

а також із застосуванням формули (23), отримаємо таку інтервальну динамічну модель збитків:

$$[\hat{x}_{k+1}] = \hat{g}_{dop} \cdot [\hat{x}_k] + \hat{q}_{dop} \cdot u_k,$$

де $[\hat{x}_{k+1}], [\hat{x}_k]$ - інтервальні прогнози щоденних збитків в квітні 2007р., нанесених довкіллю внаслідок забруднення автотранспортом $\hat{g}_{dop} = 0.269$, $\hat{q}_{dop} = 1.576 \cdot 10^{-3}$.

Коридор інтервальних моделей разом із експериментальними, наведені на рис.1.

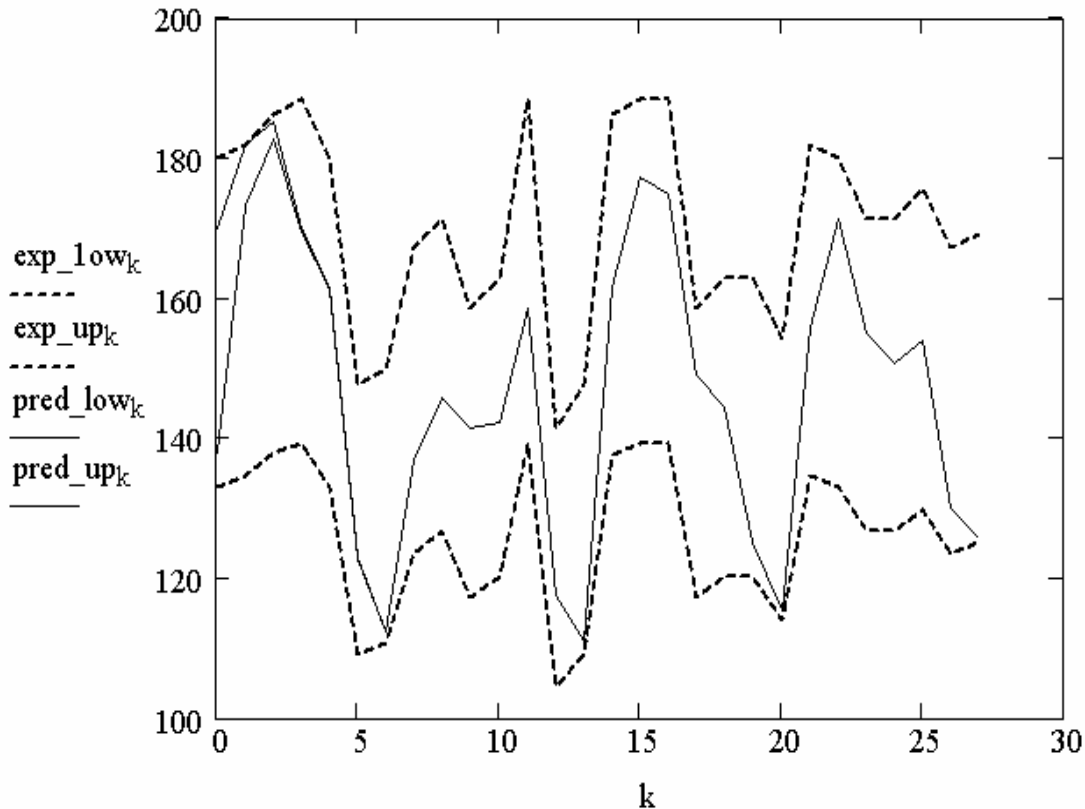


Рисунок 1 – Динаміка збитків від забруднення шкідливими речовинами діоксиду азоту

На рис.1. Суцільною лінією позначено межі прогнозованого коридору, який звужується із зростанням номера дискети. Пунктирна лінія відображає коридор експериментальних даних. Як видно із рис. 1, отриманий розв'язок є допусковим, оскільки прогнозні коридори включені в експериментальні. Таким чином модель є адекватна.

Висновки

Розглянуто задачу побудова інтервальних моделей динаміки збитків, нанесених довкіллю автотранспортом. Запропоновано методику встановлення взаємозв'язку між миттєвими значеннями концентрацій шкідливих викидів автотранспорту та збитками. Проведено ідентифікацію інтервальної лінійної динамічної моделі збитків. При цьому із застосуванням методів аналізу інтервальних даних отримано такі наукові та практичні результати:

- вперше, для розв'язування задачі ідентифікації інтервальних моделей лінійних динамічних систем, що утворюють допускові коридори, шляхом введення додаткових обмежень на параметри лінійної динамічної моделі адаптовано методи розв'язування задач лінійного програмування, що дозволило суттєво спростити методи ідентифікації вказаних систем;

- вперше запропоновано методику інтервального оцінювання динаміки збитків нанесених середовищу внаслідок забруднення приземистого шару атмосфери автотранспортом, яка на відміну від існуючих базується на встановленні миттєвих виміряних концентрацій шкідливих викидів, що дозволило підвищити точність оцінки збитків та прогнозувати їх динаміку. Методику апробовано на прикладі побудови інтервальної моделі динаміки збитків нанесених довкіллю внаслідок забруднення автотранспортом діоксидом азоту приземистого шару атмосфери центральної частини міста Тернополя.

Список літератури

1. Сайт Верховної Ради України. [Електронний ресурс] Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/cgi-bin/laws/main.cgi?nreg=402-2003-%EF>.
2. Bartkova L. Modeling of expenses caused by enterprises economic activity influens on social-ecological environment by means of computer system / L. Bartkova, M. Dyvak // Proc. of the second IEEE international workshop on "Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications". – Lviv, 2003. P. 257–260.
3. Дивак М. Удосконалений метод допустимого оцінювання параметрів інтервальних динамічних моделей / М. Дивак, П. Стахів, І. Каліщук // Відбір та обробка інформації. – 2007. – Вип 26 (102) – С.27–35
4. Кунцевич В. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации / В. Кунцевич, М. Лычак // Автоматика. – 1982. – №4. – С. 49–59.

Відомості про авторів

М.П. Дивак – д.т.н., проф., Тернопільський національний технічний університет.