ДИВАК М.П., ПОРПЛИЦЯ Н.П., ДИВАК Т.М.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Монографія

Тернопіль
«Економічна думка ТНЕУ»
2018

УДК 519.857.9
Д-44

Рекомендовано Вченою радою
Тернопільського національного економічного університету
(протокол №3 від 15.12.2017 р.)

Рецензенти:

Романюк О.Н.: доктор технічних наук, професор, перший проректор з науково-педагогічної роботи Вінницького національного технічного університету;
Стахів П.Г.: доктор технічних наук, професор, заслужений діяч науки та техніки України, завідувач кафедри теоретичної та загальної електротехніки НУ «Львівська політехніка»;
Лупенко С.А.: доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп'ютерних систем та мереж Тернопільського національного технічного університету імені Івана Пулюя.

Д-44 Дивак, М. П. Ідентифікація дискретних моделей динамічних систем з інтервальними даними : монографія / М. П. Дивак , Н. П. Порплиця, Т. М. Дивак. – Тернопіль : ВПЦ «Економічна думка ТНЕУ», 2018. – 220 с.

ISBN 978-966-654-483-7

У монографії розглянуто задачі моделювання систем та процесів з розподіленими параметрами, характеристики яких представлено у вигляді числових інтервалів – інтервальних даних. В теорії систем, такі системи є найскладнішими для дослідження, оскільки, крім моделювання часових змін, необхідно одночасно моделювати просторовий розподіл їх характеристик. Математичні моделі зазначених систем представлено у вигляді інтервальних дискретних моделей, які є дискретними аналогами диференціальних рівнянь у частинних похідних.

Авторами монографії систематизовано результати, які було отримано протягом останніх десяти років при створенні ряду високоефективних, з обчислювальної точки зору, методів структурної та параметричної ідентифікації дискретних динамічних моделей і моделей систем з розподіленими параметрами на основі аналізу інтервальних даних. Розглянуті методи проілюстровано прикладами та розв'язуванням ряду прикладних задач: екології, медицини та для управління технологічними процесами. Монографія буде корисною для науковців, здобувачів наукових ступенів та для практиків, які займаються задачами математичного моделювання систем в умовах невизначеності та неповноти даних.

ISBN 978-966-654-483-7

© Дивак М. П., Порплиця Н. П., Дивак Т. М. 2018
© «Економічна думка ТНЕУ», 2018

ЗМІСТ

Вступ……..6

РОЗДІЛ 1
ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ТА ОБ'ЄКТІВ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ У ВИГЛЯДІ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ….9

1.1 Задачі математичного моделювання об'єктів з розподіленими параметрами за умов забезпечення точності моделі в межах точності експериментальних даних……..9

1.2 Огляд методів розв'язування задач параметричної ідентифікації математичних моделей об'єктів у вигляді інтервальних дискретних моделей……..14

1.3 Огляд методів розв'язування задач структурної ідентифікації математичних моделей об'єктів у вигляді лінійних дискретних моделей……..24

1.4 Постановка задач структурної та параметричної ідентифікації дискретних моделей з умовами забезпечення точності моделі в межах точності експериментальних даних 38

ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ……..46

РОЗДІЛ 2
ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ……48

2.1 Аналіз функції мети в задачі параметричної ідентифікації інтервальної дискретної моделі із заданою точністю……48

2.2 Обґрунтування вибору процедур випадкового пошуку в методі параметричної ідентифікації інтервальної дискретної моделі…… 59

2.3 Дослідження обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних дискретних моделей із процедурами випадкового пошуку……..66

2.4 Обґрунтування поділу набору інтервальних даних в задачі параметричної ідентифікації інтервальних дискретних моделей……82

2.5 Метод та алгоритм параметричної ідентифікації дискретних моделей на основі поділу набору інтервальних даних на основну та перевірочну частини……..90
2.6 Порівняльний аналіз методів параметричної ідентифікації дискретних моделей із застосуванням повного набору інтервальних даних та його поділом на основну та перевірочну частини……97
ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ…… 106

РОЗДІЛ 3
СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ РОЙОВОГО ІНТЕЛЕКТУ В УМОВАХ ІНТЕРВАЛЬНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ……..107
3.1 Поведінкова модель бджолиної колонії та її біологічне підґрунтя……..108
3.2 Теоретичні підстави структурної ідентифікації інтервальних дискретних моделей розподілених об’єктів із використанням поведінкових моделей бджолиної колонії…… 117
3.3 Метод структурної ідентифікації інтервальних дискретних моделей на основі поведінкових моделей бджолиної колонії……127
3.4 Розширення простору пошуку оптимальних структур у задачі структурної ідентифікації математичних моделей ……137
ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ……145

РОЗДІЛ 4
ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ…… 146
4.1 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі розподілу вологості на листі гіпсокартону в процесі його сушіння із застосуванням «бджолиного» та генетичного алгоритмів……..147
4.2 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі розподілу інформативних характеристик на поверхні середовища хірургічного втручання (застосування для медицини)…….. 176

4.3 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі динаміки добового циклу концентрацій окису вуглецю……...183
4.4 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі динаміки метаногенезу зброджування твердих побутових органічних відходів у біогазових установках……189
ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ……197
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ……198

ВСТУП

У теорії систем задачі моделювання об’єктів та процесів з розподіленими параметрами є одними з найскладніших, оскільки, крім моделювання часових змін, необхідно одночасно моделювати просторовий розподіл їх характеристик. До зазначеного класу відносять процеси тепло- чи масо- перенесення, зокрема: поширення концентрацій шкідливих викидів, які забруднюють довкілля, процеси сушіння, наприклад, гіпсокартону під час його виробництва тощо. Математичним об’єктом у цьому випадку є диференціальні рівняння в частинних похідних, або їх різницеві аналоги.

Переважно для побудови таких моделей використовують дедуктивний підхід, коли з огляду на фізичні міркування визначають загальний вигляд диференціального рівняння, потім його дискретизують і розв’язують. Однак такий підхід вимагає детального вивчення фізики процесу, визначення коефіцієнтів дифузії чи тепло- та масо- перенесення, що суттєво ускладнює задачу математичного моделювання.

Водночас, застосовуючи індуктивний підхід, задачу ідентифікації математичної моделі розв’язують на основі аналізу результатів експерименту, або даних, отриманих у будь-який інший спосіб. У цьому випадку, формою представлення математичної моделі слугують дискретні моделі, тобто різницеві оператори, а їх налаштування проводять на основі даних. Для побудови математичної моделі у вигляді дискретної моделі потрібно визначити її загальний вигляд, тобто структуру моделі (задача структурної ідентифікації), після цього (або в процесі процедури структурної ідентифікації) слід провести процедуру налаштування її параметрів (задача параметричної ідентифікації). Важливо зазначити, що задачу параметричної ідентифікації математичної моделі практично завжди багаторазово розв’язують на етапах розвязування задачі структурної ідентифікації.

Розв’язком задачі структурної ідентифікації є загальний вигляд дискретної моделі (вектор базисних функцій; вектор параметрів; набори векторів вхідних змінних (управлінь); порядок дискретної моделі).

Складність побудови дискретної моделі полягає в тому, що її параметри не мають фізичного змісту. Тому в процесі ідентифікації математичної моделі вони можуть приймати будь-які апріорі невідомі значення. Крім того, сама задача структурної ідентифікації належить до класу NP-складних.

Іншою проблемою при застосуванні індуктивного підходу для ідентифікації математичної моделі є неточність даних. В монографії розглянуто випадки, коли дані для ідентифікації дискретних моделей представляють в інтервальному вигляді (похибки вимірювань, задані чи допустимі умови точності). Тому для врахування невизначеності в даних запропоновано використовувати методи аналізу інтервальних даних. Своєю чергою це спричинює неможливість використання багатьох відомих методів як параметричної так і структурної ідентифікації, наприклад методів групового урахування аргументів (МГУА).

У випадку використання інтервальних даних, обидві задачі параметричної та структурної ідентифікації дискретних моделей є NP-складними задачами. У монографії обидві задачі сформульовано у вигляді задач дискретної нелінійної оптимізації. Для розв’язування задач параметричної ідентифікації запропоновано використовувати методи стохастичного пошуку, а для задач структурної ідентифікації - методи та алгоритми, які ґрунтуються на основі децентралізації та самоорганізації мультиагентних систем, зокрема, алгоритми бджолиної колонії.

Авторами монографії протягом десяти останніх десяти років створено ряд високоефективних, з обчислювальної точки зору, методів структурної та параметричної ідентифікації дискретних динамічних моделей та моделей об’єктів з розподіленими параметрами. При цьому усі зазначені методи побудовано на аналізі інтервальних даних, природа походження, яких є різною. Розроблені методи використано для ряду прикладних задач: екології медицини та для управління технологічними процесами.

Монографія є результатом узагальнення зазначеного досвіду. В основі її структури є чотири взаємно пов’язані розділи. У першому розділі наведено постановки задач моделювання динамічних об’єктів та об’єктів з розподіленими параметрами у формі дискретних моделей. Другий розділ закцентовано на розкритті суті

проблем параметричної ідентифікації дискретних моделей на основі аналізу інтервальних даних та методів їх розв'язування. Зазначені методи побудовано на основі стохастичного підходу, зокрема на методах стохастичної оптимізації із застосуванням алгоритмів визначення напрямного конуса Растригіна. У третьому розділі систематизовано нові результати, які отримано при побудові та застосуванні методів структурної ідентифікації моделей дискретних динамічних систем та об'єктів з розподілених параметрів. Матеріал кожного розділу проілюстровано наглядними прикладами. Останній, четвертий розділ присвячено аспектам застосування розроблених методів для розв'язування ряду прикладних задач екологічного моніторингу, медицини та управління технологічними процесами. В кінці кожного розділу наведено підсумовуючі висновки, які стосуються викладеног в ньому матеріалу.

Маємо надію, що монографія буде корисною для науковців, здобувачів наукових ступенів та для практиків, які займаються задачами математичного моделювання систем в умовах невизначеності та неповноти даних.

РОЗДІЛ 1. ЗАДАЧІ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ ТА ОБ'ЄКТІВ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ У ВИГЛЯДІ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ

1.1 Задачі математичного моделювання об'єктів з розподіленими параметрами за умов забезпечення точності моделі в межах точності експериментальних даних

Математичне моделювання за останні десятиліття стало одним із обов'язкових інструментаріїв при розв'язуванні задач прийняття рішень та управління. Особливе місце при цьому займають задачі, для розв'язування яких необхідно будувати математичні моделі об'єктів з розподіленими параметрами. До зазначеного класу задач відносять: задачі екологічного моніторингу, де основою для прийняття рішень є моделі стаціонарних та нестаціонарних полів концентрацій шкідливих викидів, наприклад у атмосфері [32]; задачі забезпечення якості продукції та управління процесами при виробництві гіпсокартону, де основним процесом є сушіння і контроль розподілу вологості на завершальній стадії його виготовлення [69].

У процесі розв'язування зазначених задач доводиться будувати математичні моделі об'єктів, у першому випадку - модель стаціонарних чи не стаціонарних полів концентрацій забруднюючих речовин, а у другому – математичну модель розподілу вологості у листі гіпсокартону, яка залежить від температурного поля в процесі його сушіння [32, 56, 69]. Переважно для цих цілей використовують диференціальні рівняння в частинних похідних [94, 216]. Для отримання розв'язку таких рівнянь застосовують чисельні методи, попередньо апроксимувавши диференціальні рівняння різницевими схемами, наприклад, за схемою Кранка-Ніколсона [12-14, 17-18, 94-96].

Теоретичною основою для розв'язування обох типів зазначених задач є математичні моделі об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді диференціальних рівнянь в частинних похідних, із необхідністю детального опису середовища, у якому відбуваються процеси дифузії та масо перенесення [12-14, 17-18, 94-96, 125].

З точки зору практики, застосування такого підходу є достатньо проблемним. Концентруючи увагу на фізичних властивостях середовища, його неоднорідності, досліднику доводиться суттєво ускладнювати математичну модель, незважаючи на те що на практиці перевірити чи співставити результати моделювання із реальними даними, отриманими за умов, що відповідають умовам моделювання є неможливим. У першу чергу це пов'язано зі складністю вимірювального експерименту. Наприклад, якщо математична модель у вигляді диференціального рівняння достатньо точно описує процес перенесення хімічних речовин в атмосфері при поривах вітру, або інших турбулентних явищах в атмосфері, то чи можна перевірити її точність, якщо сучасні спектроаналізатори для вимірювання концентрацій шкідливих викидів в процесі вимірювання встановлюють інтегровану величину концентрації хімічної речовини в одиниці об'єму? До того ж точність таких вимірювань є низькою, відносна похибка вимірювань сягає 50%. З іншого боку одною із задач екологічного моніторингу є виявлення ділянок, де наявна в середовищі концентрація шкідливої речовини перевищує гранично допустиму, встановлену санітарними чи екологічними нормами. Для відповіді на це питання достатньо побудувати математичну модель із точністю, яка відповідає точності вимірювального експерименту. При цьому дані експерименту доцільно представляти у вигляді інтервалів можливих значень характеристики, що моделюється:

$$[z^{-}_{i,j,h,k}; z^{+}_{i,j,h,k}],\ i = 0...,I,\ j = 0,...,J,\ h = 0,...,H,\ k = 0,...,K, \qquad (1.1)$$

де $z^{-}_{i,j,h,k}, z^{+}_{i,j,h,k}$ - відповідно, нижня та верхня межі інтервалу можливих значень виміряної концентрації шкідливих речовин у точці з дискретно заданими просторовими координатами $i = 0...,I$, $j = 0,...,J$, $h = 0,...,H$ та часовою дискретою $k = 0,...,K$.

Зауважимо, що у вимірювальному експерименті нижню та верхню межі можемо встановити за відносною похибкою вимірювального пристрою: $z^{-}_{i,j,h,k} = z_{i,j,h,k} - z_{i,j,h,k} \cdot \varepsilon$ та $z^{+}_{i,j,h,k} = z_{i,j,h,k} + z_{i,j,h,k} \cdot \varepsilon$, де $z_{i,j,h,k}$- виміряне значення концентрації шкідливої речовини; ε - відносна похибка вимірювань.

Представлення експериментальних даних в інтервальному вигляді (1.1) є обґрунтованим у випадках: коли похибка ε значно перевищує методичні похибки та похибки моделювання; інтервали (1.1) задають допустимі межі відхилень модельованої характеристики об'єкта від номінальних; за умов відомих граничних меж випадкових похибок в експерименті.

Аналогічний приклад можна навести для задачі контролю розподілу вологості на завершальній стадії виготовлення гіпсокартону. Якість отриманої готової продукції, тобто листів гіпсокартону при його виробництві залежить від великої кількості чинників. Цими чинниками є якість гіпсу та компонент, які надають водно-гіпсовій суміші найбільшої еластичності та однорідності; параметрів технологічного процесу, тощо. Проте найбільш впливовою на забезпечення високої якості гіпсокартону є завершальна стадія його виробництва – процес сушіння, оскільки на цій стадії формується кінцевий розподіл вологості в листі гіпсокартону. Якщо цей розподіл не відповідатиме допустимому, то листи будуть вважатися бракованими. При цьому на виробництві не має можливості проводити вимірювання вологості для кожного листа гіпсокартону.

За цих умов доцільно побудувати математичну модель, яка б відображала залежність розподілу вологості у листі гіпсокартону від параметрів технологічного процесу. Щодо точності зазначеної моделі, то вона повинна визначатися точністю вимірювання вологості та бути в межах допустимого рівня, який забезпечує прийнятну якість продукції. Очевидно, що допустимі межі щодо вологості також можуть бути представлені в інтервальному вигляді (1). У цьому випадку, як і у попередньому прикладі, побудувати математичну модель із урахуванням властивостей середовища складно, оскільки кожен лист гіпсокартону матиме хоча і не значні, проте відмінні властивості.

За цих умов макромоделювання є єдиним способом відображення властивостей об'єкта, а побудову таких макромоделей зручно здійснити на підставі отриманих інтервальних даних у вигляді (1.1).

Макромоделі відносять до моделей типу «чорної скриньки» [61]. Математичні моделі такого типу описують зв'язок між

вхідними та вихідними змінними, не розкриваючи внутрішньої суті об'єкта чи процесу [61, 80, 122, 123].

Хоча макромоделі переважно будують із застосуванням індуктивного підходу [78], важливо на початковому етапі сформулювати та обґрунтувати припущення щодо прийнятного математичного опису властивостей об'єкта. Як зазначено вище, для моделювання об'єктів з розподіленими параметрами традиційно використовують різницеві схеми, побудовані на основі дискретизації диференціальних рівнянь в частинних похідних. Проте такий підхід неприйнятний у випадку розглянутих задач, в силу вище наведених міркувань стосовно потенційної точності моделі, точності експериментальних даних і неможливості урахування у ній характеристик середовища, де відбуваються процеси дифузії та масоперенесення. У працях Івахненка О.Г. [78-85] наведено інший підхід до вибору прийнятного математичного опису зазначених об'єктів. Його суть полягає у визначенні деякої різницевої схеми, шляхом її налаштування у спосіб узгодження з даними експерименту. Саму різницеву схему, яка фактично перетворює значення вхідних змінних у значення вихідних, називають дискретною моделлю (ДМ) чи різницевим оператором, а процес налаштування цієї схеми - структурною ідентифікацією [78, 122, 123].

У загальному випадку дискретна модель має такий вигляд [78]:

$$v_{i,j,h,k} = F(v_{i-d,j-d,h-d,k-d}, v_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}, ..., v_{j-d+1,d,d,d}, \ldots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}, ...$$
$$v_{i,j,h-1,k}, \vec{u}_{i,j,h,0}, ..., \vec{u}_{i,j,h,k} \cdot \vec{g}),\ i = d,...,I,\ j = d,...,J, h = d,...,H,\ k = d,...,K$$

де $F(\bullet)$– деяке нелінійне перетворення; $v_{i,j,h,k}$ – модельована характеристика у точці з дискретно-заданими просторовими координатами $i = d,...,I$, $j = d,...,J, h = d,...,H$ та на часовій дискреті $k = d,...,K$; $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$ - вектори вхідних змінних (управлінь); d – порядок ДМ (1); $\vec{g}$ – вектор невідомих параметрів РО.

Зауважимо, що порядок дискретної моделі d може бути різним для координат i, j, h, k, а у виразі (1) змінна d позначає його максимальне можливе значення таке, що: $d > 0, d < I, d < J, d < H, d < K$.

Вираз для лінійної за параметрами дискретної моделі матиме такий вигляд [13, 17]:

$$v_{i,j,h,k} = \vec{f}^{\,T}(v_{i-d,j-d,h-d,k-d}, v_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}, ..., v_{j-d+1,d,d,d}, \ldots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}, ..., v_{i,j,h-1,k}, \vec{u}_{i,j,h,0}, ..., \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \vec{g}, \; i = d,...,I, \; j = d,...,J, h = d,...,H, k = d,...,K, \quad (1.2)$$

де $\vec{f}^{\,T}(\bullet)$ - вектор базисних функцій, у загальному випадку нелінійних, з допомогою яких виконують перетворення значень модельованої характеристики об'єкта, а також вхідних змінних у дискретних точках простору та для певних часових дискрет.

У результаті виконання процедури структурної ідентифікації визначаємо дискретну модель, зокрема: вектор базисних функцій $\vec{f}^{\,T}(\bullet)$; набори та розмірність векторів вхідних змінних (управлінь) $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$; d - порядок дискретної моделі, який як відомо є еквівалентним порядку диференціального рівняння – аналогу дискретної моделі. Для реалізації дискретної моделі також необхідно задати початкові умови, тобто значення кожного елементу із набору $v_{0,0,0,0},...,v_{0,0,h-1,0}, v_{i-1,0,0,0},...,v_{d,d,0,0},..., v_{d-1,d-1,d,d-1}, \vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$ для певних дискрет, як правило – початкових і встановити значення компонент вектора $\vec{g}$ параметрів. Якщо структура ДМ відома, то залишається актуальною задача налаштування її параметрів (1.2) у такий спосіб, щоб забезпечити максимальне узгодження модельованої характеристики об'єкта з експериментально отриманими значеннями цієї характеристики. Така задача називається задачею параметричної ідентифікації [49, 122,123].

Спираючись на вимоги забезпечення точності математичної моделі в межах точності вимірювального експерименту – для математичної моделі стаціонарних та нестаціонарних полів концентрацій шкідливих викидів для задачі екологічного контролю, або на вимоги щодо забезпечення точності математичної моделі розподілу вологості в межах допустимого рівня, який забезпечує прийнятну якість продукції в задачі управління процесами при виробництві гіпсокартону, умови узгодження експериментальних даних, представлених в інтервальному вигляді (1.1), із даними отриманими на основі математичної моделі у вигляді дискретної моделі (1.2) можемо сформулювати таким чином:

$$v_{i,j,h,k} \subset [z^{-}_{i,j,h,k}; z^{+}_{i,j,h,k}],\ \forall i = d,...,I,\ \forall j = d,...,J,\ \forall h = d,...,H,\ \forall k = d,...,K. \quad (1.3)$$

Умови (1.3) забезпечують отримання модельованої характеристики об’єкта в межах інтервалів можливих значень характеристики, отриманих експериментально.

На підставі проведеного аналізу можемо констатувати, що спільною основою для розв’язування задач екологічного моніторингу по виявлені ділянок перевищення концентрацій шкідливих викидів їх граничнодопустимих норм та задачі забезпечення якості продукції і управління процесами при виробництві гіпсокартону з контролем розподілу вологості на завершальній стадії його виготовлення, є математичні моделі об’єктів з розподіленими параметрами у вигляді дискретних моделей. Для їх побудови з точки зору практики найбільш обґрунтовано використання інтервальних даних у вигляді (1.1).

1.2 Огляд методів розв’язування задач параметричної ідентифікації математичних моделей об’єктів у вигляді інтервальних дискретних моделей

Задача обчислення параметрів математичного виразу (дискретної моделі (1.2)), за умовою, яка забезпечує максимальне узгодження значень характеристики об’єкта, отриманих на основі цього математичного виразу з експериментально отриманими значеннями цієї характеристики називається задачею параметричної ідентифікації математичної моделі об’єкта [122, 123, 168]. Питання узгодження результатів експерименту і результатів моделювання вимагає побудови критеріїв оцінки ступеня узгодження цих результатів.

Переважно задачу параметричної ідентифікації на основі результатів експерименту розв’язують в умовах невизначеності, що унеможливлює використання детермінованого підходу. Якщо структура математичної моделі є відомою, то невизначеність в основному пов’язана із неточністю даних.

На сьогоднішній день існує три підходи до опису невизначеності: імовірнісний, коли результати експерименту

вважають випадковими; інтервальний, коли результати експерименту у кожному спостереженні представляють у вигляді інтервалів можливих значень із заданими нижньою та верхньою межею; та підхід, що ґрунтується на теорії нечітких множин, коли результати експерименту у кожному спостереженні представляють у вигляді інтервалів із заданими чи нескінченними межами і заданими на цих інтервалах функціями належності [42]. Відповідно, кожен із способів опису невизначеності передбачає використання різних підходів до розв'язування задач параметричної ідентифікації моделей: стохастичного; теоретико-множинного, інтервального; нечіткого.

Методи стохастичного підходу. Основні результати, отримані при розв'язуванні задач параметричної ідентифікації макромоделей у вигляді різницевих схем на основі стохастичного підходу наведено у працях таких вітчизняних та зарубіжних вчених і їх наукових шкіл: Івахненко О.Г., Кунцевич В.М., Стахів П.Г., Степашко В.С., Ципкін Я.З., Льюнг Л.О., Стрейтц В. та ін.

В межах стохастичного підходу передбачається, що результати експерименту є випадковими. Задача параметричної ідентифікації математичних моделей в цьому випадку спирається на достатньо досліджені методи: метод найменших квадратів (МНК і його численні модифікації), метод найменших модулів, метод максимальної правдоподібності (ММП) [114, 117, 149]. У перших двох випадках використовують критерії узгодження результатів експерименту і результатів моделювання у вигляді мінімізації середньоквадратичного відхилення та мінімізації середнього значення модулів відхилень:

$$\Psi(\hat{\vec{g}}) \xrightarrow{\hat{\vec{g}}} \min, \tag{1.4}$$

де

$$\Psi(\hat{\vec{g}}) = \frac{1}{I \cdot J \cdot H \cdot K} \cdot \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{h=1}^{H} \sum_{k=1}^{K} \left(z_{i,j,h,k} - \hat{v}_{i,j,h,k} \right)^2, \tag{1.5}$$

$$\Psi(\hat{\vec{g}}) = \frac{1}{I \cdot J \cdot H \cdot K} \cdot \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{h=1}^{H} \sum_{k=1}^{K} \left| z_{i,j,h,k} - \hat{v}_{i,j,h,k} \right|, \tag{1.6}$$

відповідно.

У формулах (1.5) та (1.6), які задають відповідно середньоквадратичне відхилення та середнє значення модулів відхилень результатів моделювання від результатів експерименту, використано такі позначення: $z_{i,j,h,k}$ ($i=1,...,I$, $j=1,...,J$, $h=1,...,H$, $k=1,...,K$) – випадкові значення характеристики об'єкта чи процесу, отримані за результатами спостережень; $\hat{\vec{g}}$ – вектор оцінок параметрів дискретної моделі, отриманий із розв'язку задачі параметричної ідентифікації у вигляді (1.4); $\hat{v}_{i,j,h,k}$ - ($i=1,...,I$, $j=1,...,J$, $h=1,...,H$, $k=1,...,K$) оцінки значень характеристики об'єкта чи процесу, отримані на основі дискретної моделі (різницевої схеми):

$$\hat{v}_{i,j,h,k} = \vec{f}^{\,T}(\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}, \hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d},..., \hat{v}_{j-d+1,d,d,d},\ldots, \hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1},..., \hat{v}_{i,j,h-1,k}, \vec{u}_{i,j,h,0},..., \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{\vec{g}},\ i=1,...,I,\ j=1,...,J, h=1,...,H, k=1,...,K, \quad (1.7)$$

Параметричну ідентифікацію моделі (1.7) здійснюють за критерієм у вигляді (1.4) на основі випадкових значень характеристики об'єкта чи процесу $z_{i,j,h,k}$ ($i=0,...,I$, $j=0,...,J$, $h=0,...,H$, $k=0,...,K$), отриманих за результатами спостережень. При цьому для встановлення властивостей отриманих оцінок параметрів дискретної моделі приймають за основу модель спостережень із адитивною випадковою похибкою:

$$z_{i,j,h,k} = z^0_{i,j,h,k} + e_{i,j,h,k},\ i=0,...,I,\ j=0,...,J, h=0,...,H, k=0,...,K \quad (1.8)$$

де $z^0_{i,j,h,k}$ - істинне невідоме значення характеристики об'єкта чи процесу;

$e_{i,j,h,k}$ – випадкова, нормально розподілена похибка з математичним сподіванням $M(e_{i,j,h,k})) = 0$ і постійною дисперсією $D(e_{i,j,h,k}) = \sigma^2$.

Підставою вважати випадкову похибку розподіленою за нормальним законом слугує центральна гранична теорема, хоча у багатьох випадках зазначена гіпотеза порушується. Рівність нулю математичного сподівання випадкової похибки означає, що у

загальній похибці $e_{i,j,h,k}$ відсутня систематична складова. Таке припущення є достатньо жорстким. Так, в задачі побудови моделі стаціонарних чи не стаціонарних полів концентрацій забруднюючих речовин, результати експерименту «спотворено» значними систематичними похибками спектроаналізаторів. А у випадку побудови математичної моделі розподілу вологості у листі гіпсокартону, яка залежить від температурного поля в процесі його сушіння, взагалі модель випадкової похибки не прийнятна, оскільки для управління процесом необхідно забезпечувати вологість гіпсокартону у заданих межах.

Припущення щодо постійності дисперсії для усіх спостережень у просторі та по часових дискретах $(D(e_{i,j,h,k})) = \sigma^2$ є також достатньо жорстким, оскільки вимагає однорідності вибірки даних та незалежності випадкових величин $e_{i,j,h,k}$. Для обох випадків середовище масоперенесення є неоднорідним, відповідно вибірка даних буде неоднорідною, а випадкові похибки скоріше всього будуть залежними. У загальному випадку проблему неоднорідності вибірки та корельованості випадкової похибки можна вирішити на основі серій повторних спостережень в одних і тих же точках простору. У цьому випадку для розв'язування задачі параметричної ідентифікації математичної моделі зручно використовувати узагальнений метод найменших квадратів та його модифікації [114, 117]. Проте залишається проблема узгодженості результатів експерименту по часових дискретах.

У ММП (методі максимальної правдоподібності) спостереження за характеристикою об'єкта $z_{i,j,h,k}$ $(i = 0,...,I$, $j = 0,...,J$, $h = 0,...,H$, $k = 0,...,K)$ розглядають як випадкові. Наступною гіпотезою, на яку спирається ММП, є те, що відомою є функція щільності $W(\hat{\bar{g}}; z_{i,j,h,k})$ розподілу ймовірностей того, що модель з параметрами, які набули значень $\hat{\bar{g}}$ задовольняє опис реалізацій $z_{i,j,h,k}$. Функцію правдоподібності записують у такому вигляді [30, 42, 73]:

$$\mathrm{L}(\hat{\bar{g}}) = \prod_{i=1}^{I}\prod_{j=1}^{J}\prod_{h=1}^{H}\prod_{k=1}^{K}\left(W(\hat{\bar{g}}, z_{i,j,h,k})\right). \tag{1.9}$$

Оцінки параметрів ДМ знаходять із максимуму функції правдоподібності, тобто за умовою :

$$\mathrm{L}(\hat{\vec{g}}) \xrightarrow{\hat{\vec{g}}} \max \qquad (1.10)$$

Знайдена із розв'язку задачі параметричної ідентифікації (1.10) ДМ оцінка вектора параметрів максимізує імовірність того, що вибірка результатів експерименту $z_{i,j,h,k}$ ($i = 0,...,I$, $j = 0,...,J$, $h = 0,...,H$, $k = 0,...,K$) може бути адекватно представлена макромоделлю у вигляді різницевого оператора (1.7) із вектором оцінок параметрів $\hat{\vec{g}}$. Вище зазначену оцінку було уведено Фішером і названо оцінкою максимальної правдоподібності [42, 73].

Як бачимо, для отримання оцінок параметрів із розв'язку задачі (1.10) необхідно принаймні знати функції щільності $W(\hat{\vec{g}}; z_{i,j,h,k})$ розподілу ймовірності того, що модель з параметрами, які набули значень $\hat{\vec{g}}$ описує реалізації $z_{i,j,h,k}$. Таке припущення є достатньо жорстким і не прийнятним для розглянутих вище задач математичного моделювання. Основною причиною цього є застосування моделі випадкової похибки (1.8). До того ж критерії узгодження результатів експерименту і результатів моделювання у вигляді мінімізації середньоквадратичного відхилення та мінімізації середнього значення модулів відхилень не забезпечують заданої точності математичної моделі в межах точності спостережень. Цей факт ілюструє приклад, представлений на рисунку 1.1.

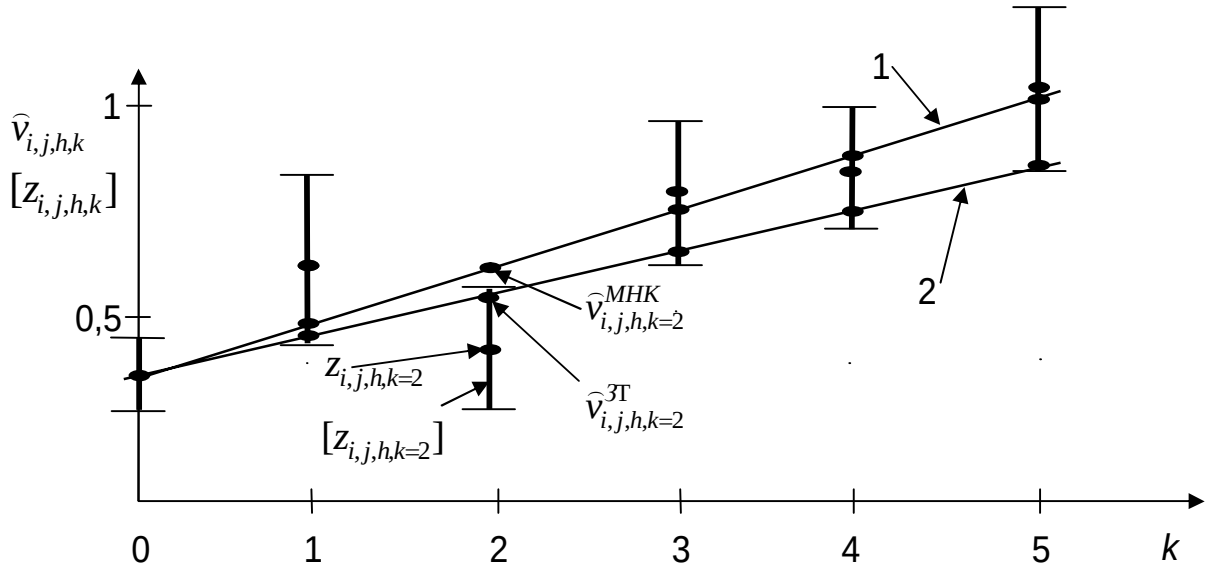


Рис.1.1. – Ілюстрація результатів обчислення оцінок параметрів на основі МНК та за критерієм заданої точності (1.3) для лінійної моделі

На рисунку 1.1 точки на лінії «1» відображають значення характеристики об'єкта, обчислені для п'яти дискрет на основі лінійної моделі $\hat{v}^{МНК}_{i,j,h,k}$, яку своєю чергою побудовано на основі МНК-оцінок параметрів із застосуванням вибірки випадкових значень $z_{i,j,h,k}$ (k= 0,…,5). Точки на лінії «2» відображають значення тієї ж характеристики, але обчислені на основі лінійної моделі $\hat{v}^{ЗТ}_{i,j,h,k}$, яку своєю чергою побудовано за критерієм «заданої точності» (1.3) на основі інтервальних даних $[z_{i,j,h,k}]= [z^{-}_{i,j,h,k}; z^{+}_{i,j,h,k}]$. При цьому нижню $z^{-}_{i,j,h,k}$ та верхню $z^{+}_{i,j,h,k}$ межі інтервалів обчислено виходячи із умов заданої допустимої абсолютної похибки $\varepsilon_{i,j,h,k}$ на різних дискретах: $z^{-}_{i,j,h,k} = z_{i,j,h,k} - \varepsilon_{i,j,h,k}$; $z^{+}_{i,j,h,k} = z_{i,j,h,k} + \varepsilon_{i,j,h,k}$.

Як бачимо із рис.1.1, на дискреті k=2 значення характеристики $\hat{v}^{МНК}_{i,j,h,k=2}$, обчислене на основі МНК – оцінок параметрів моделі характеристики об'єкта не належить інтервалу $[z_{i,j,h,k=2}]$, відповідно не задовольняє критерію «заданої точності» (1.3). Проілюстровану властивість математичних моделей із оцінками параметрів, які обчислено на основі методу найменших квадратів в достатній мірі також показано у праці Вощиніна О.П. [42].

Методи аналізу інтервальних даних. Основні результати, отримані при розв'язуванні задач параметричної ідентифікації макромоделей на основі теоретико-множинного та інтервального підходу, наведено у працях таких вітчизняних та зарубіжних вчених: Бакан Г.М., Волосов ВВ, Вощинін О.П., Дивак М.П., Кунцевич В.В., Куссуль Н.М., Личак М.М., Куржанський А.Б., Шарий С.П., Шокін Ю.І, Черноусько Ф.Л, Alefeld G., Moore R.E., Pronsanto L., Rohn J., Walter E. та ін.

Спочатку методи аналізу інтервальних даних виникли як засіб автоматичного обліку помилок заокруглень при обчисленнях на ЕОМ [209]. Ідеї, закладені в їх основу, виявились досить конструктивними і корисними при застосуванні на практиці. У результаті цього виникла інтервальна арифметика, яка набула широкого застосування для вирішення для багатьох обчислювальних задач [177 ,208]. Інтервальний підхід надає можливість внести математичну строгість у побудову чисельних алгоритмів, які мали за основу апроксимацію точного значення одним «досить близьким» до нього наближенням. У випадку застосування інтервальних методів отримуємо гарантовані двохсторонні апроксимації шуканих рішень, які орієнтовані на найгірший випадок з точки зору опису невизначеностей.

Основна ідея інтервальних обчислень полягає у представлені дійсного числа не одним машинним числом, а двома, які задають його гарантовані межі, і визначають інтервал можливих значень. Під інтервалом $[a,b], a \le b$ розуміємо замкнену обмежену підмножину R у вигляді $[a,b]=\{x \in R, a \le x \le b\}$. де R – множина усіх дійсних чисел [2].

Арифметичні операції над інтервальними числами визначають наступним чином. Нехай $* \in \{+,-,\cdot,/\}, A,B \in I(R)$, де $I(R)$- множина всіх інтервалів, тоді [2]:

$$A * B = \{a * b \mid a \in A,\ b \in B\}. \qquad (1.11)$$

Властивості інтервальної арифметики в достатній мірі описано у працях Алефельда Г. та Хербецгера Ю [2], а також в книзі Шокіна Ю.І.

Методи аналізу інтервальних даних та теоретико-множинний підхід, які реалізуються в межах даного підходу, мають велику

цінність в задачах, де невизначеність і неоднозначність виникають з самого початку. Ці методи отримали широке застосування при розв'язуванні систем диференціальних рівнянь, систем лінійних і нелінійних рівнянь, задач глобальної оптимізації [171-185, 188]. На відміну від традиційних, інтервальні методи дозволяють отримати на ЕОМ розв'язки задач разом з повним і строгим аналізом похибок заокруглень [209].

На базі інтервального підходу розвивали методи аналізу інтервальних даних, які використовують для побудови макромоделей об'єктів на основі результатів експерименту, представлених у вигляді інтервалів (1.1) [42]. За критерій узгодження результатів експерименту і результатів моделювання приймають умови (1.3), які забезпечують отримання модельованої характеристики об'єкта в межах інтервалів можливих значень характеристики, отриманих експериментально. Зважаючи на зазначене вище, методи аналізу інтервальних даних в цілому найбільш обґрунтовано застосовувати для задач параметричної ідентифікації як моделей стаціонарних чи не стаціонарних полів концентрацій забруднюючих речовин так і для ідентифікації математичної моделі розподілу вологості у листі гіпсокартону.

Застосування умов (1.3) для заданої структури математичної моделі дає можливість отримати інтервальні системи алгебричних рівнянь [2, 171-185]

$$[F]\cdot\hat{\vec{g}}=[\vec{z}], \tag{1.12}$$

де $[F]$ – інтервальна матриця (розмірністю m – стовпців та $I\cdot J\cdot H\cdot K$ - стрічок) інтервалів можливих значень базисних функцій $[\vec{f}^{\,T}(\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d},\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d},\ldots,\hat{v}_{j-d+1,d,d,d},\ldots,\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1},\ldots,\hat{v}_{i-1,j-1,h,k},\vec{u}_{i,j,h,0},\ldots,\vec{u}_{i,j,h,k})]$, $i=0,\ldots,I$, $j=0,\ldots,J$, $h=0,\ldots,H$, $k=0,\ldots,K$; $[\vec{z}]$ - інтервальний вектор (розмірністю $1\times(I\cdot J\cdot H\cdot K)$ з компонентами $[z^{-}_{i,j,h,k};z^{+}_{i,j,h,k}]$, $i=0,\ldots,I$, $j=0,\ldots,J$, $h=0,\ldots,H$, $k=0,\ldots,K$.

У простішому випадку інтервальна система алгебричних рівнянь може набувати вигляду двохсторонніх нерівностей [2]:

$$\vec{z}^{-}\le[F]\cdot\hat{\vec{g}}\le\vec{z}^{+}, \tag{1.13}$$

де $\vec{z}^-, \vec{z}^+$ - вектори (розмірністю $1 \times (I \cdot J \cdot H \cdot K)$) з компонентами $z^-_{i,j,h,k}, z^+_{i,j,h,k}$, $i = 1,...,I$, $j = 1,...,J$, $h = 1,...,H$, $k = 1,...,K$, відповідно.

Таким чином задачу параметричної ідентифікації математичних моделей за критерієм, який задано умовами (1.3), математично формулюють у вигляді задачі оцінювання множини розв'язків інтервальної системи алгебричних рівнянь (1.12) чи (1.13). Розв'язками цих систем відносно невідомих параметрів $\vec{g}$ є області Ω оцінок $\hat{\vec{g}} \in \Omega$ їх можливих значень. У випадку інтервальних систем лінійних алгебричних рівнянь ці області в просторі розв'язків є опуклими многогранниками [64]. У випадку нелінійних систем – не опуклі області, до того ж достатньо часто область розв'язків Ω складається із декількох незв'язаних областей [58, 70, 71].

У прикладних задачах застосовують апроксимації області розв'язків Ω інтервальних систем алгебричних рівнянь у такому вигляді: многогранники [40-43]; багатовимірні прямокутні паралелепіпеди, які задають інтервальні оцінки параметрів моделі [171-185]; багатовимірні еліпсоїди [5-11, 33-38, 170]; паралелотопи [43, 64].

Незважаючи на чітке математичне формулювання задачі параметричної ідентифікації математичної моделі у вигляді задачі оцінювання області розв'язків інтервальної системи алгебричних рівнянь (1.12) чи (1.13), у випадку, коли структуру моделі представлено у вигляді дискретної моделі (1.2) виникають певні труднощі, зокрема у першу чергу пов'язані із рекурентною схемою організації обчислень. Оскільки на основі дискретної моделі (1.2) реалізується рекурентна схема обчислення характеристики об'єкта, то інтервальна система алгебричних рівнянь (1.12) чи (1.13) також формується рекурентно.

Методи нечіткого підходу. Слід зазначити, що у доповнення до інтервального підходу розвивають методи нечіткого підходу, який ґрунтується на теорії нечітких множин [76]. Основоположником цього підходу вважають Заде Л. Нечіткі регресійні моделі та задачі їх параметричної ідентифікації вперше було описано у працях Танаки Х. у 1982 році. На сьогоднішній день ці моделі також знаходять широке застосування в прикладних дослідженнях.

Як відомо, при інтервальному чи теоретико-множинному підході оцінки параметрів $\hat{\bar{g}} \in \Omega$ є рівнозначними. При застосуванні теорії нечітких множин Заде Л. використав поняття функції належності, що уможливлює на області Ω визначити перевагу для певних векторів оцінок параметрів [42, 76], яку кількісно задають значенням функції належності: $\mu_{\Omega}(\hat{\bar{g}}) \in [0;1]$. Чим більше значення функції належності $\mu_{\Omega}(\hat{\bar{g}})$ тим більша перевага надається зазначеній оцінці.

Тоді замість умови рівнозначності отриманих оцінок параметрів $\hat{\bar{g}} \in \Omega$ використовують умову $\hat{\bar{g}} \overset{\mu_{\Omega}(\hat{\bar{g}})}{\in} \Omega$, яка задає ступінь належності оцінок параметрів $\hat{\bar{g}}$ до нечіткої (у даному випадку) області оцінок параметрів Ω. Зазначений підхід, наприклад, використано у працях Бакана Г.М., Куссуль Н.М. при знаходженні еліпсоїдних оцінок параметрів моделі динамічної системи [5-10,].

Основним недоліком нечіткого підходу, як і у цілому теорії нечітких множин є відсутність об'єктивних методів побудови функції належності $\mu_{\Omega}(\hat{\bar{g}})$.

На завершення можемо підсумувати, що для ідентифікації на основі інтервальних даних (1.1) макромоделей стаціонарних чи не стаціонарних полів концентрацій забруднюючих речовин та макромоделей розподілу вологості у листі гіпсокартону для задачі забезпечення якості продукції і управління процесами його виробництва, серед розглянутих методів параметричної ідентифікації математичних моделей у вигляді лінійних дискретних моделей (1.2) найбільш обґрунтованим є застосування методів, побудованих на основі інтервального аналізу. У цьому випадку задачу параметричної ідентифікації макромоделі формулюють у вигляді задачі оцінювання області розв'язків інтервальної системи алгебричних рівнянь (1.12) чи (1.13). Проте існуючі обчислювальні методи розв'язування цієї задачі відзначаються низькою збіжністю та високою обчислювальною складністю реалізації, що спонукає до детального аналізу особливостей рекурентно-сформованих інтервальних систем алгебричних рівнянь (1.12) та (1.13) з метою удосконалення обчислювальних методів їх розв'язування та адаптації до розв'язування прикладних задач макромоделювання.

1.3 Огляд методів розв'язування задач структурної ідентифікації математичних моделей об'єктів у вигляді лінійних дискретних моделей

Методам структурної ідентифікації математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами присвячено велику кількість праць [10, 49, 88, 121, 146]. Серед найефективніших із них слід відзначити методи нарощування чи редукції структури математичної моделі, групового урахування аргументів, а також методи, які ґрунтуються на генетичних алгоритмах з модифікованими операторами схрещування та селекції. Розглянемо їх детальніше.

Метод редукції структури математичної моделі. Метод редукції для синтезу математичної моделі передбачає задання початкової структури математичної моделі і послідовне вилучення незначущих елементів цієї моделі [64]. Зауважимо, що загальний вигляд математичної моделі визначають на основі аналізу експериментальних даних з огляду на фізичні міркування. Далі досліджують можливості спрощення цієї математичної моделі, тобто вилучення з неї окремих структурних елементів [125]. Для виявлення незначущих структурних елементів математичної моделі використовують деякі критерії [64]. Під незначущими структурними елементами моделі розуміємо такі, вилучення яких, призведе до зменшення значення функції мети.

Наприклад, якщо задано таку початкову модель об'єкта з розподіленими параметрами у вигляді різницевого оператора:

$$v_{i,j,h,k} = g_1 \cdot v_{i,j-1,h,k} + g_2 \cdot v_{i-1,j,h-1,k} + g_3 \cdot v^2_{i-1,j-1,h-1,k} + g_4 \cdot v_{i,j,h-1,k}, \qquad (1.14)$$

яка містить чотири параметри g_1, g_2, g_3, g_4, тоді за допомогою певного критерію визначають незначущі структурні елементи моделі (наприклад, для моделі (1.14) незначущим може бути структурний елементи $v_{i,j-1,h,k}$). Далі виявлені незначущі структурні елементи вилучають та проводять процедуру параметричної ідентифікації спрощеної моделі:

$$v_{i,j,h,k} = g_2 \cdot v_{i-1,j,h-1,k} + g_3 \cdot v^2_{i-1,j-1,h-1,k} + g_4 \cdot v_{i,j,h-1,k}. \qquad (1.15)$$

Для виявлення незначущих параметрів математичної моделі спочатку проводять незначне збурення математичної моделі, потім проводять етап параметричної ідентифікації та використовують деякий критерій виявлення незначущих параметрів, наприклад, обчислюють модулі їх відносних відхилень та за їх значеннями визначають незначущі параметри [125]. Як правило, незначущі параметри характеризуються значно більшими значеннями відносних відхилень. Процедуру редукції повторюють, поки не буде забезпечено певний критерій адекватності математичної моделі.

Однак метод редукції має ряд недоліків. По-перше, невідомі порядок та степінь різницевого оператора, які необхідно визначити для формування початкової структури математичної моделі. Із одного боку, це може призвести до неможливості знаходження розв'язку задачі структурної ідентифікації, а з іншого – до суттєвого збільшення обчислювальної складності застосування методу редукції. По-друге, при вилученні структурних елементів математичної моделі не враховують їх взаємодію з іншими компонентами моделі [64]. Це може призвести до втрати значущих структурних елементів оптимальної математичної моделі.

Метод «нарощування» структури математичної моделі. Метод послідовного включення чи «нарощування» структури математичної моделі передбачає формування початкової структури математичної моделі в простому вигляді [64]. Зазначені методи описано у працях [3, 22, 43, 64, 73]. В нашому випадку, початкову структуру математичної моделі задають у вигляді різницевого оператора першого порядку, який містить структурні елементи не вищі від другого степеня.

Далі здійснюють ускладнення структури математичної моделі шляхом додавання нових структурних елементів та проводять процедуру параметричної ідентифікації. Таке ускладнення структури математичної моделі проводять, поки не буде забезпечено виконання критерію верифікації моделі.

Застосування такого підходу може призвести до переускладнення структури математичної моделі через неможливість виявлення важливих структурних елементів математичної моделі. Крім того, метод «нарощування» характеризується високою обчислювальною складністю.

Метод групового урахування аргументів (МГУА). Автором цього методу є видатний український вчений О. Г. Івахненко [78-86]. МГУА є індуктивним методом, де математичну модель шукають на основі експериментальних даних, отриманих в умовах неповноти інформації. Він є одним із найбільш ефективних методів структурно-параметричної ідентифікації математичних моделей складних об'єктів чи процесів та базується на такому принципі: чим менш точні дані, тим простішою має бути математична модель [78]. В основу МГУА покладено проведення багаторядної селекції моделей-претендентів за допомогою зовнішніх критеріїв та налаштування їх параметрів на основі внутрішніх критеріїв.

Тоді задача ідентифікації математичної моделі полягає у формуванні на основі експериментальних даних множини моделей-претендентів різної структури в такому загальному вигляді [82]:

$$\hat{v}_f = f(v_{i-d,j-d,h-d,k-d},...,v_{j-d+1,d,d,d},\ldots,v_{i,j,h-1,k},u_{0,0},\ldots u_{i,k},\hat{g}_f). \quad (1.16)$$

Як уже зазначалося, оцінювання «якості» моделей-претендентів у МГУА здійснюють на основі зовнішніх критеріїв. Для застосування зовнішніх критеріїв вибірку результатів спостережень ділять на дві (наприклад, 50% та 50%) чи більше частин (наприклад, 40%, 40% та 20%): початкову вибірку (на її основі шукають параметри моделі) та контрольну (на її основі здійснюють вибір «кращої» моделі-претендента) [78].

На першій ітерації методу формують початкову множину моделей-претендентів. Далі проводять процедуру параметричної ідентифікації (наприклад, за допомогою методу найменших квадратів) для кожної моделі-претендента на основі початкової вибірки експериментальних даних [78].

Після проведення процедури параметричної ідентифікації множини моделей-претендентів проводиться селекція кращих із них у кількості p із застосуванням зовнішнього критерію. Це означає, що всі моделі-претенденти поточного ряду селекції перевіряють за умовою мінімізації певного критерію «якості» моделі на контрольній вибірці експериментальних даних [151]:

$$f^* = \arg\min_{f \in \zeta} C(v; f(v_{i-d,j-d,h-d,k-d}, \ldots, v_{i,j,h-1,k}, u_{0,0}, \ldots u_{i,k}, \hat{g}_f)) \quad (1.17)$$

де C – критерій для оцінювання якості отриманого розв'язку задачі параметричної ідентифікації кожної моделі-претендента $f \in \zeta$, яку генерують у процесі розв'язування задачі структурної ідентифікації.

Зовнішній критерій обирають залежно від специфіки розв'язуваної задачі (критерій регулярності, критерій мінімального зміщення, комбінований критерій тощо). Наприклад, за критерієм регулярності якість поточної моделі-претендента визначають як середньоквадратичне відхилення цієї моделі на контрольній вибірці [153]:

$$\Delta^2(B) = \frac{\sum\limits_{i,j,h,k \in N_B} (\hat{v}_{i,j,h,k} - v_{i,j,h,k})^2}{\sum\limits_{i,j,h,k \in N_B} v_{i,j,h,k}^2} \longrightarrow \min. \quad (1.18)$$

Величина p здебільшого є однаковою на усіх рядах селекції та визначає свободу вибору і зазвичай задається дослідником у межах 40%-60% від кількості моделей-претендентів у початковій популяції.

Далі проводять схрещування відібраних «кращих» моделей-претендентів на основі алгоритмів автоматичного формування структур моделей МГУА. Усі ці алгоритми реалізують схему масової селекції: послідовно формують моделі-претенденти не нижчої складності, ніж на попередньому ряді селекції [153].

Отже, за допомогою обраного алгоритму автоматичного формування структур моделей МГУА генерують «нові» моделі-претенденти наступного ряду селекції (k) на основі відібраних моделей-претендентів, отриманих на попередньому ряді селекції ($k-1$) [153]. Далі знову проводять селекцію та схрещування, поки не буде виконано умову «зупинки».

Не існує єдиного загального критерію завершення процедури структурної ідентифікації. Цим критерієм завершення може бути обрано один із наступних, що формулюються таким чином: середнє значення похибки прогнозування наступного ряду селекції більше за значення похибки на попередньому ряді; мінімальне значення

похибки прогнозування наступного ряду селекції більше від мінімального значення похибки попереднього ряду тощо.

Однак МГУА не забезпечує побудову моделей із гарантованими прогностичними властивостями, оскільки він ґрунтується на таких зовнішніх критеріях, як, наприклад, критерій мінімізації середньоквадратичного відхилення між прогнозованими та експериментальними даними, які є не придатними у випадку, коли експериментальні дані подано в інтервальному вигляді.

Особливості структурної ідентифікації математичних моделей у вигляді дискретних моделей із застосуванням генетичних алгоритмів із модифікованими операторами селекції та схрещування. У працях [32, 129, 136] розглянуто метод структурної ідентифікації математичних моделей об’єктів з розподіленими параметрами у вигляді ДМ на основі генетичних алгоритмів із модифікованими операторами селекції та схрещування за принципами розіграшу «лотереї».

Генетичні алгоритми - це адаптивні методи пошуку для розв’язання оптимізаційних задач, які моделюють генетичні процеси біологічних організмів [143]. Варто зазначити, що ці алгоритми активно застосовують такі основні процедури, як схрещування, селекцію та мутацію [143].

Авторами праць [32, 129] уведено наступні позначення: ген – структурний елемент (базисна функція); хромосома – поточна структура ІДМ; популяція – множина структур ДМ на поточній ітерації генетичного алгоритму.

Як показано на рис.1.2, на першому кроці реалізації цього методу структурної ідентифікації формують набір F структурних елементів (генів) – компонентів вектора базисних функцій $\vec{f}^{\,T}(\bullet)$. При цьому припускають, що сформований набір F структурних елементів гарантовано включає всі елементи шуканої (прийнятної) структури різницевого оператора [129].

Формування набору структурних елементів різницевого оператора відбувається наступним чином: комбінації із множини елементів $\{v_{0,0,0,0},...,v_{0,0,h-1,0},v_{i-1,0,0,0},...,v_{0,j-1,0,0},...v_{i-d,j-d,h-d,k-d}\}$ формують у відповідності до порядку ДМ d, тоді як комбінації з множини елементів $\{\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}\}$ генерують з огляду на фізичні особливості модельованого реального процесу для забезпечення умови зниження

обчислювальної складності застосування методу [129].

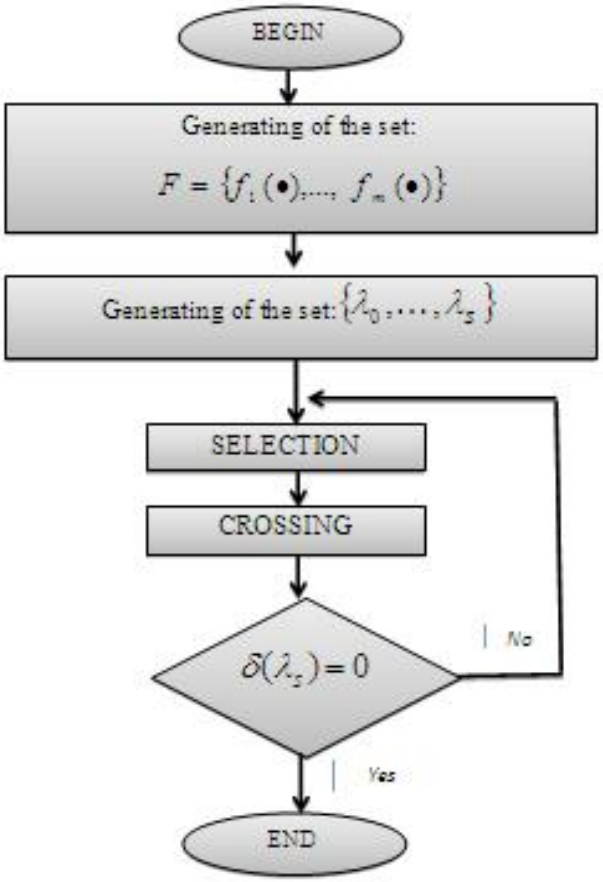


Рис. 1.2. - Блок-схема реалізації методу структурної ідентифікації математичних моделей з гарантованими прогностичними властивостями на основі генетичних алгоритмів

На другому кроці реалізації методу структурної ідентифікації випадковим чином здійснюють формування структур ДМ (хромосом), що задають початкову множину моделей-претендентів.

Якщо на цьому кроці отримано хоча б одну структуру різницевого оператора, для якої $\delta(\lambda_s)=0$, тоді відбувається завершення процедури структурної ідентифікації [129]. В іншому випадку переходять на третій крок, де проводять селекцію множини «кращих» (з найменшими значеннями функції мети $\delta(\lambda_s)$) структур ДМ у кількості 50% від усіх згенерованих структур ІДМ (популяції) [129]. Якщо на цьому кроці отримано хоча б одну структуру різницевого оператора, для якої $\delta(\lambda_s)=0$, завершуємо процедуру

структурної ідентифікації.

На четвертому кроці проводять схрещування відібраних структур ДМ (особин популяції) із застосуванням нестандартного оператора схрещування, розробленого авторами методу Диваком М.П. та Войтюк І.Ф. Цей оператор «схрещування», на відміну від операторів, що використовують в класичних підходах, побудований на принципі «розіграшу лотереї», відмінному від відомого класичного методу, коли усі структурні елементи поточних структур зібрано в єдину множину для розіграшу лотереї випадково з контролем граничної складності генерованих з множини елементів моделей-претендентів. Якщо на цьому кроці отримано хоча б одну структуру різницевого оператора, для якої $\delta(\lambda_s)=0$, завершуємо процедуру структурної ідентифікації.

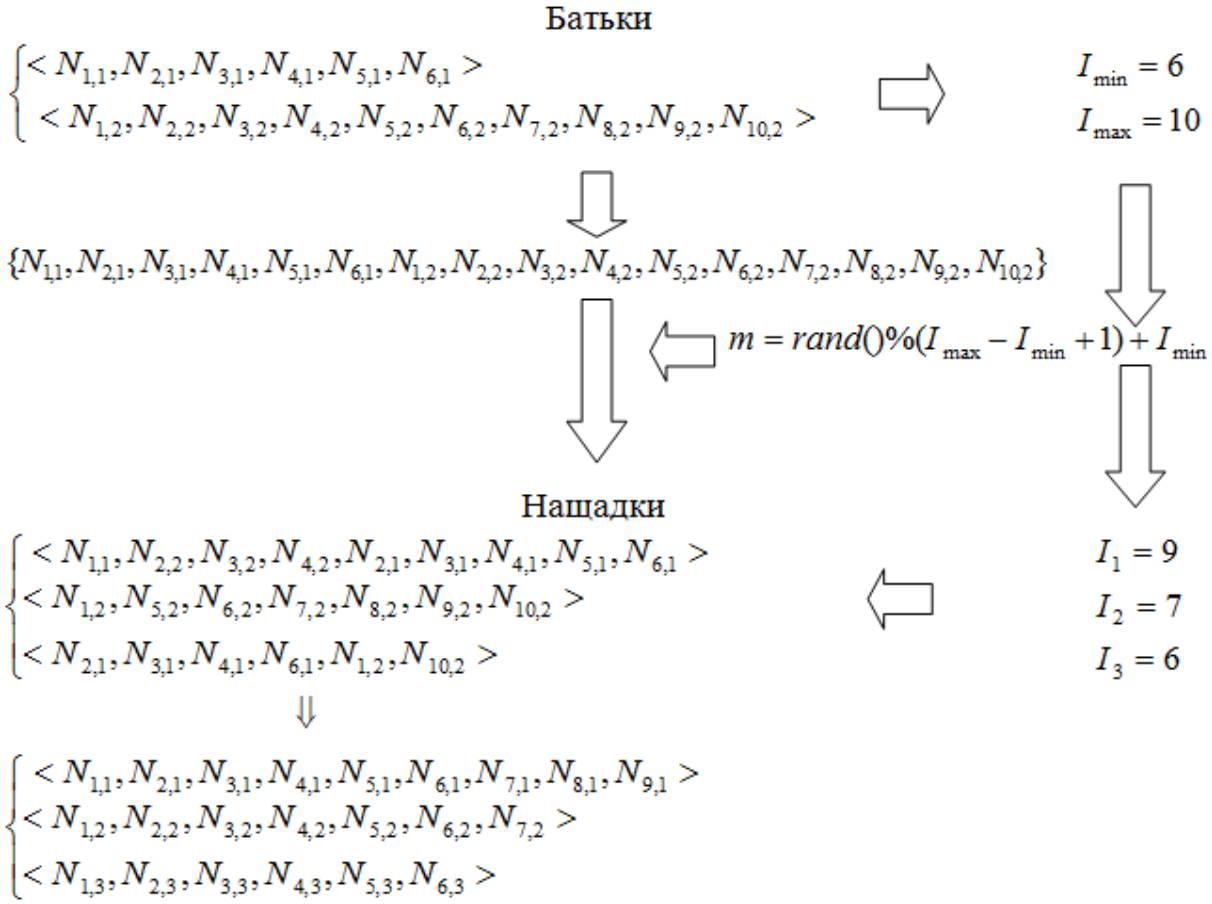


Рис. 1.3. – Приклад схрещування структур на основі принципів «розіграшу лотереї»

Розглянемо детальніше принцип дії оператора схрещування

структур ІДМ на основі нового принципу «розіграшу лотереї». На рисунку 1.3 проілюстровано приклад реалізації такого оператора схрещування.

Спочатку, із генів (структурних елементів) батьків, генерують множину потенційних генів (структурних елементів) для подальшого генерування структур-нащадків.

Як видно з рис. 1.3, якщо структури батьки задані наборами генів (структурних елементів) $< N_{1,1}, N_{2,1}, N_{3,1}, N_{4,1}, N_{5,1}, N_{6,1} >$ та $< N_{1,2}, N_{2,2}, N_{3,2}, N_{4,2}, N_{5,2}, N_{6,2}, N_{7,2}, N_{8,2}, N_{9,2}, N_{10,2} >$, то згенерована множина потенційних генів для структур-нащадків набуде такого вигляду:

$< N_{1,1}, N_{2,1}, N_{3,1}, N_{4,1}, N_{5,1}, N_{6,1}, N_{1,2}, N_{2,2}, N_{3,2}, N_{4,2}, N_{5,2}, N_{6,2}, N_{7,2}, N_{8,2}, N_{9,2}, N_{10,2} >$.

Далі, кількість генів у хромосомах особин нової популяції вибирають випадковим чином з інтервалу $[I_{\min}, I_{\max}]$, де $I_{\min}$ – потенційна мінімальна кількість генів структури-нащадка, дорівнює кількості генів особини-предка λ_1; $I_{\max}$ – потенційна максимальна кількість генів структури-нащадка, дорівнює кількості хромосом особини-предка λ_2; зауважимо, кількість хромосом особини-предка λ_1 є меншою чи рівною кількості хромосом предка λ_2 .

Наприклад із рис. 1.3 видно що, якщо хромосома першої особини λ_1 містить $I_{\min} = 6$ генів, а хромосома другої особини λ_2, що приймає участь у схрещуванні, має $I_{\max} = 10$ генів, то кількість генів у нащадках буде випадковим числом з інтервалу [6; 10]. Генерування числа від $I_{\min}$ до ($I_{\max}$–1) – це те саме, що генерувати числа від 0 до ($I_{\max} - I_{\min}$) і додавати до результату $I_{\min}$. Тобто функція $rand()$%(10–6+1) – це генерування чисел на інтервалі [0;4]. Якщо додати до результату 6, використовуючи правила інтервальної арифметики, отримаємо випадкові числа, згенеровані на інтервалі [6;10]. Таким чином функція генерування випадкових чисел на інтервалі $[I_{\min}; I_{\max}]$ відповідно до рівномірного закону розподілу матиме наступний вигляд:

$$m = rand()\%(I_{\max} - I_{\min} + 1) + I_{\min}. \qquad (1.19)$$

Після визначення кількості елементів у структурах-нащадках,

випадковим чином вибирають хромосоми із множини $< N_{1,1}, N_{2,1}, N_{3,1}, N_{4,1}, N_{5,1}, N_{6,1}, N_{1,2}, N_{2,2}, N_{3,2}, N_{4,2}, N_{5,2}, N_{6,2}, N_{7,2}, N_{8,2}, N_{9,2}, N_{10,2} >$ у кількості m_1 для першої структури-нащадка та кількості m_2 для другої структури-нащадка.

Після завершення процедури схрещування проводять селекцію найкращих структур ДМ (перехід на третій крок). Важливо зазначити, що з метою зменшення ризику втрати важливих структурних елементів шуканої моделі на наступний ряд селекції, окрім отриманих в результаті схрещування пар поточних структур ДМ, подають також і структури, отримані з попереднього ряду селекції [129].

Таким чином, вхідними параметрами для реалізації методу структурної ідентифікації моделей з гарантованими прогностичними властивостями на основі генетичних алгоритмів з модифікованими операторами селекції та схрещування є S – розмір популяції, $[I_{MIN}; I_{MAX}]$ – нижня та верхня межі інтервалу, який визначає кількість структурних елементів у поточній структурі, а також множина структурних елементів F [129].

У ході критичного аналізу цього методу структурної ідентифікації були виявлені наступні недоліки [136].

По-перше, це випадкове формування початкової множини структур ДМ (хромосом), що здійснюють на першій ітерації методу, проводять таким чином, щоб використати весь сформований набір структурних елементів F (генів), що призводить до суттєвого збільшення початкової кількості структур ІДМ (особин популяції), адже початкова кількість структур ДМ (особин популяції) прямо пропорційно залежить від кількості структурних елементів (генів) у наборі F.

Така залежність зумовлена тим, що метод структурної ідентифікації на основі генетичного алгоритму базується на припущенні, що множина структурних елементів F повинна гарантовано включати всі елементи шуканої оптимальної структури ДМ. Унаслідок цього для задач структурної ідентифікації моделей об’єктів з розподіленими параметрами набір генів (множина структурних елементів F) повинен містити у собі всі можливі комбінації з множини елементів $\{v_{i-d,j-d,h-d,k-d}, v_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}, \ldots, v_{j-d+1,d,d,d}, \ldots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}, \ldots, v_{i,j,h-1,k}\}$ відповідно до заданого порядку

ІДМ у поєднанні з комбінаціями із множини елементів $\{\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}\}$. Такі можливі елементи генерують з огляду на результати аналізу фізичних особливостей модельованого реального процесу, що призводить до збільшення потужності множини *F*, а відповідно й до підвищення обчислювальної складності застосування методу.

По-друге, у ході селекції множини «кращих» (із найменшими значеннями функції мети $\delta(\lambda_s)$) структур ДМ (популяції найкращих особин) на кожній ітерації відкидають 50% від усіх згенерованих структур, що в результаті може бути причиною відсутності прийнятної структури ДМ після завершення процедури структурної ідентифікації внаслідок втрати важливих компонентів моделі.

По-третє, схрещування відібраних структур ДМ (особин популяції) відбувається із застосуванням оператора «схрещування», який побудовано на новому принципі «розіграшу лотереї», де відбувається попарне «схрещування» структур (особин), які відбирають із множини кращих структур ДМ (популяції кращих особин) випадковим чином. Основним недоліком такого оператора схрещування є нераціональний (випадковий) вибір структур (особини) для схрещування.

По-четверте, у запропонованому в праці [129] методі структурної ідентифікації на основі генетичних алгоритмів відсутній оператор мутації, який є класичним оператором генетичного алгоритму, що унеможливлює отримання різноманіття популяції кращих особин. Зокрема через його відсутність цей метод структурної ідентифікації ДМ не містить ефективного механізму для уникнення локальних екстремумів складної багатоекстремальної функції мети задачі структурної ідентифікації.

Результати аналізу існуючих методів структурної ідентифікації моделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді різницевих операторів показали, що:

– застосування методу редукції може призвести до втрати значущих структурних елементів оптимальної структури математичної моделі, крім того, він характеризуються високою обчислювальною складністю;

– метод «нарощування» характеризується високою обчислювальною складністю, а його застосування може

призвести до переускладнення структури математичної моделі;

– МГУА не забезпечує побудову математичних моделей із гарантованими прогностичними властивостями;

– основними недоліками методу структурної ідентифікації на основі генетичних алгоритмів із модифікованими процедурами селекції та схрещування є висока обчислювальна складність та відсутність ефективного механізму для уникнення локальних екстремумів складної функції мети задачі структурної ідентифікації.

Останнім часом для розв'язування задач структурної та параметричної ідентифікації, коли функція мети є дискретною, застосовують методи та алгоритми, які ґрунтуються на основі децентралізації та самоорганізації мультиагентних систем [185, 187]. Сюди відносять алгоритми бджолиної колонії, зозулі, мурашині та ін., які ґрунтуються на принципах ройового інтелекту. Далі, проведемо аналіз цих методів щодо їх застосування для розв'язування задачі структурної ідентифікації, які, з математичної точки зору, є задачами дискретної оптимізації.

Методи ройового інтелекту. Ці методи моделюють колективну поведінку мультиагентних децентралізованих систем. Ці методи застосовують для розв'язування складних оптимізаційних задач, зокрема багатовимірної оптимізації, дискретної оптимізації, багатокритеріальної оптимізації тощо [183]. В основу методів ройового інтелекту покладено біологічний принцип: особини об'єднуються у зграї чи колонії для покращення умов своєї життєдіяльності. Зокрема кожна особина колонії має більше шансів на виживання у боротьбі з хижаками, загалом колонія може ефективніше проводити пошук їжі, ніж кожна особина самостійно тощо [183]. Таким чином, будь-яка колонія живих організмів у процесі функціонування ефективно вирішує оптимізаційні і, як правило, багатокритеріальні задачі.

Методи ройового інтелекту так само, як і інші еволютивні методи, використовують для розв'язання задачі популяцію особин (потенційних розв'язків) та метод стохастичної оптимізації, який моделює соціальну поведінку цих особин за аналогією, наприклад, до поведінки риб у зграї чи комах у колонії [91].

Спочатку випадковим чином формують початкову популяцію агентів алгоритму (потенційних розв'язків оптимізаційної задачі), а далі відбувається пошук оптимальних чи субоптимальних розв'язків уже із застосуванням поведінкових моделей популяцій живих організмів. Особини популяції локально взаємодіють між собою та довкіллям. Це означає, що якщо одна особина популяції виявила «перспективний шлях», то частина інших особин популяції може швидко рушити за нею. Водночас для забезпечення широкого покриття простору розв'язків оптимізаційної задачі в популяції наявні особини, які рухаються хаотично. Саме локальна взаємодія усіх особин популяції реалізує принципи ройового інтелекту [91].

До алгоритмів, які ґрунтуються на основі принципів ройового інтелекту відносять алгоритми зозулі, бджолиної колонії, кажанів, рою часток, мурашиний та ін. Розглянемо частину з них детальніше.

Мурашиний алгоритм. Цей алгоритм моделює поведінку мурах, пов'язану з їх здатністю швидко знаходити найкоротший шлях від мурашника до джерела їжі та адаптуватися до змінних умов довкілля [222]. Біологічною особливістю мурах є те, що під час руху вони виділяють феромони (хімічні речовини, що мають специфічний запах). Феромони теж мають характерну особливість – здатність поступово випаровуватися. Інформація, яку залишили на шляху попередники, тобто концентрація феромонів, використовується іншими мурахами під час вибору шляху до джерела їжі. Таким чином, мурахи обирають ті шляхи, на яких запах феромонів «сильніший» [222]. Концентрація феромонів на шляху залежить від кількості мурах, які пройшли по ньому та давності його проходження. На початкових ітераціях алгоритму вищою концентрацією будуть характеризуватися коротші шляхи, адже мурахи-розвідники зможуть пройти по них кілька разів, потім концентрація феромонів буде підтримуватися завербованими мурахами. Ті виявлені маршрути, що не використовуються мурахами, із часом стають не активними через випаровування феромонів.

Така поведінка мурах при виборі кращого шляху забезпечує можливість знаходження нових маршрутів, якщо попередні стали не доступними [222].

Алгоритм рою часток. Алгоритм частково моделює соціально-психологічну поведінку колонії тварин, які шукають місця для поселення з найкращими умовами. Основою для побудови алгоритму була поведінка птахів та риб у зграї [48]. Саме тому агентів системи нейтрально названо частками.

У цьому методі кожна частка є потенційним розв’язком задачі та характеризується місцем розташування та швидкістю. Кожна частка рухається до оптимального розв’язку і здійснює обмін інформацією з «сусідніми» частками. Усі вони також мають пам'ять, де зберігається інформація про координати кращого, знайденого нею місця для поселення, та глобального кращого місця, знайденого зграєю [48]. На кожній ітерації алгоритму напрям та довжину вектора швидкості для кожної із часток змінюють, щоб, з одного боку, вони рухалися в напрямку глобального кращого місця для поселення, а з іншого боку, щоб бути якнайближче до кращого місця, знайденого кожною з них.

Алгоритм штучної бджолиної колонії. АБК – це еврестичний алгоритм, що ґрунтується на принципах ройового інтелекту. Вперше основні засади АБК (Artificial Bee Colony algorithm) були сформульовані турецьким вченим Карабогою Д. у 2005 році для розв’язування оптимізаційної задачі із складною функцією мети багатьох змінних [203]. Основна ідея АБК полягає у моделюванні поведінки колонії медоносних бджіл у процесі пошуку їжі (нектару).

У природі спочатку із вулика вилітає кілька бджіл-розвідників, які шукають цінні джерела нектару у випадковому напрямку. Цінність джерела нектару визначають кількістю нектару та відстанню від вулика до нього. Повернувшись у вулик, бджоли-розвідники повідомляють про знайдені джерела їжі та їх якість інших особин колонії за допомогою «бджолиного танцю». На основі отриманої інформації про кількість знайденого нектару, напрямку до джерела та відстані від вулика, бджоли із вулика обирають джерело нектару, до якого полетять. Чим якісніше джерело їжі, тим більше бджіл із вулика до нього полетить [202]. Далі процес повторюється.

Водночас, коли звичайні особини збирають нектар із відомих джерел нектару, бджоли-розвідники продовжують шукати нові цінні джерела їжі. У випадку, якщо на певній ділянці нектар вичерпався,

бджоли покидають її і натомість відлітають до нових цінних джерел нектару, знайдених розвідницями [91, 202, 203].

Усі розглянуті методи та алгоритми побудовано на основі принципів ройового інтелекту. У загальному випадку схему реалізації всіх ройових алгоритмів можна сформулювати наступним чином [91]:

1. Ініціалізація популяції агентів алгоритму (в просторі пошуку розв'язків задачі випадковим чином формують певну кількість початкових точок (потенційних розв'язків задачі)).
2. Переміщення агентів алгоритму (на основі набору правил переміщення специфічного для кожного ройового алгоритму здійснюють переміщення агентів у просторі розв'язків задачі у такий спосіб, щоб наблизитися до екстремуму функції мети).
3. Завершення процедури (якщо виконано умову зупинки, в іншому випадку здійснюється перехід на другий крок).

Методи на основі ройового інтелекту мають багато спільних рис із генетичними алгоритмами: наприклад, ініціалізація початкової популяції здійснюється випадковим чином, для оцінювання знайдених розв'язків використовують відомі значення функції мети тощо. Водночас ці методи не використовують генетичних операторів (схрещення, мутації), натомість особини популяції локально взаємодіють та змінюють швидкості, а також мають пам'ять. Крім того, механізми взаємодії між особинами популяції у ройових та генетичних алгоритмах є абсолютно різними [91]. Зокрема в генетичних алгоритмах хромосоми обмінюються інформацією попарно, тому вся популяція рухається синхронно у напрямку екстремуму функції мети. Проте у ройових алгоритмах взаємодія між особинами популяції відбувається локально, що забезпечує виявлення локальних екстремумів та відповідно швидше знаходження глобального екстремуму функції мети [91, 222]. Крім того, перевагою методів та алгоритмів на основі ройового алгоритму є менша кількість параметрів алгоритму.

Унаслідок аналізу відомих ройових алгоритмів було встановлено, що найбільш придатним у контексті розв'язування задачі структурної ідентифікації інтервальних ДМ є алгоритм бджолиної колонії. По-перше, він містить ефективний механізм для

уникнення локальних екстремумів функції мети, а по-друге, дозволяє легко встановити основні аналогії між особливостями харчової поведінки бджолиної колонії та основними поняттями задачі структурної ідентифікації

1.4 Постановка задач структурної та параметричної ідентифікації дискретних моделей з умовами забезпечення точності моделі в межах точності експериментальних даних

Параметрична ідентифікація. Спираючись на результати проведеного аналізу можемо констатувати, що для забезпечення умов (1.3) заданої точності макромоделі у вигляді лінійних різницевих операторів (1.2) при розв'язуванні задачі її параметричної ідентифікації обґрунтованим є застосування методів аналізу інтервальних даних [51, 54]. Припустимо, що вектор оцінок $\hat{\vec{g}}$ параметрів $\vec{g}$ у різницевому операторі (1.2) отримано на основі аналізу інтервальних даних. Підставляючи вектор оцінок параметрів $\hat{\vec{g}}$ різницевого оператора замість вектора їх істинних значень $\vec{g}$ у вираз (1.2) разом із заданими початковими інтервальними значеннями кожного елементу із набору $[\hat{v}_{0,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,0,h-1,0}],[\hat{v}_{i-1,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,j-1,0,0}],...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}]$ та заданими векторами вхідних змінних $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$ отримаємо інтервальну оцінку модельованої характеристики $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$ у точках з дискретно-заданими просторовими координатами $i=d,...,I$, $j=d,...,J$, $h=d,...,H$, та на часових дискретах $k=d,...,K$:

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}]=[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k};\hat{v}^{+}_{i,j,h,k}]=\vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],\ldots,$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\vec{g}},\ i=d,...,I,\ j=d,...,J,\ h=d,...,H,\ k=d,...,K, \quad (1.20)$$

Отже математичні моделі розподілених об'єктів (модель стаціонарних та нестаціонарних полів концентрацій шкідливих викидів для задачі екологічного контролю та математичну модель розподілу вологості в межах допустимого рівня, який забезпечує прийнятну якість продукції в задачі управління процесами при виробництві гіпсокартону) описуватимемо у формі дискретної

моделі у загальному вигляді (1.20). Враховуючи, що усі обчислення у виразі (1.20) проводять із використанням інтервальної арифметики (1.11), ДМ (1.20) будемо називати інтервальною дискретною моделлю (ІДМ).

Тепер математично сформулюємо задачу параметричної ідентифікації ІДМ на основі аналізу інтервальних даних.

Умови узгодження експериментальних даних, представлених в інтервальному вигляді (1.1), із даними отриманими на основі макромоделі у вигляді ІДМ (1.20) сформулюємо у такому вигляді:

$$[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k}\hat{v}^{+}_{i,j,h,k}] \subset [z^{-}_{i,j,h,k}; z^{+}_{i,j,h,k}],\ \forall i = 0,...,I,\ \forall j = 0,...,J,\ \forall h = 0,...,H, \forall k = 0,...,K. \tag{1.21}$$

Умови (1.21) забезпечують отримання інтервальних оцінок модельованої характеристики об'єкта в межах інтервалів можливих значень характеристики, отриманих експериментально.

Підставимо у вирази (1.21) замість інтервальних оцінок $[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k}; \hat{v}^{+}_{i,j,h,k}]$ модельованої характеристики її інтервальні значення, обчислені на основі ІДМ (1.20) разом із урахуванням заданих початкових інтервальних значень кожного елементу із набору

$$\begin{gathered}[\hat{v}_{0,0,0,0}] \subseteq [z_{0,0,0,0}],...,[\hat{v}_{0,0,h-1,0}] \subseteq [z_{0,0,h-1,0}],\\ [\hat{v}_{i-1,0,0,0}] \subseteq [z_{i-1,0,0,0}],...,\ [\hat{v}_{i,j,h-1,k}] \subseteq [z_{i,j,h-1,k}]\end{gathered} \tag{1.22}$$

та заданими векторами вхідних змінних $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$, отримаємо:

$$\begin{cases}[\hat{v}^{-}_{0,0,0,0}; \hat{v}^{+}_{0,0,0,0}] \subseteq [z^{-}_{0,0,0,0}; z^{+}_{0,0,0,0}],...,[\hat{v}^{-}_{i,j,h-1,k}; \hat{v}^{+}_{i,j,h-1,k}] \subseteq [z^{-}_{i,j,h-1,k}; z^{+}_{i,j,h-1,k}];\\ [\hat{v}_{i,j,h,k}] = \vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],\ldots[\hat{v}_{i,j,h-1,k}], \vec{u}_0,...,\vec{u}_k) \cdot \hat{\hat{g}};\\ z^{-}_{i,j,h,k} \le \vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}], \vec{u}_0,...,\vec{u}_k) \cdot \hat{\hat{g}} \le z^{+}_{i,j,h,k};\\ i = d,..,I,\ j = d,...,J,\ h = d,...,H,\ k = d,...,K.\end{cases} \tag{1.23}$$

Отже, ІСНАР (1.23) отримуємо, підставляючи інтервальні оцінки вихідної характеристики $[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k}; \hat{v}^{+}_{i,j,h,k}]$ (задані у вигляді початкових умов та прогнозовані на основі виразу (1.20) у решті вузлів сітки) в умови (1.21).

Як відомо, отримана система є інтервальною системою нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) [2, 67]. Отже задача ідентифікації параметрів ІДМ (1.20) за умов (1.21) є задачею розв'язування ІСНАР у вигляді (1.23).

Слід зауважити, що ІСНАР (1.23) формуємо рекурентно. Загальна кількість інтервальних рівнянь є добутком $I \times J \times H \times K$. Кожне наступне інтервальне рівняння в системі слід розглядати як нелінійне перетворення базисними функціями попереднього, тобто:

$$z^{-}_{i,j,h,k} \le \vec{f}^{\,T}\left([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],\ldots,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],\ldots[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\right.$$
$$\left.\vec{u}_0,\ldots,\vec{u}_k\right)\cdot\hat{\vec{g}} \le z^{+}_{i,j,h,k}\,. \qquad (1.24)$$

Як бачимо з (1.24), отримане інтервальне рівняння (двохстороння нерівність) є нелінійною відносно вектора $\hat{\vec{g}}$ невідомих оцінок параметрів інтервальної дискретної моделі. Очевидно, що чим більша кількість рівнянь в інтервальній системі, тим складніше знайти розв'язок ІСНАР. Тому актуальним завданням залишається дослідження властивостей отриманої системи з метою розробки ефективних, з точки зору обчислювальної складності, обчислювальних схем.

Враховуючи, що зазначена задача не може бути розв'язана за наперед задану кількість ітерацій, такого типу задачі відносять до NP- повних. Єдиним підходом для їх розв'язування є методи повного перебору, або методи випадкового пошуку. Зважаючи на складність задачі параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді ІДМ, для пошуку хоча б одного розв'язку ІСНАР можемо використати методи випадкового пошуку [67, 70, 72].

Розглянемо особливості існуючої обчислювальної схеми випадкового пошуку.

В основі зазначених обчислювальних схем реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ покладено чотирьох-крокові процедури [71].

Крок 1. Задання початкових умов у вигляді (1.22).

Крок 2. Задання початкової $\hat{\vec{g}}_0$ чи формування випадковим чином поточної $\hat{\vec{g}}_l$ оцінки вектора параметрів різницевого оператора:

$$\hat{\vec{g}}_l = \hat{\vec{g}}_{l-1} + r \cdot \vec{\xi}_l, \qquad (1.25)$$

$\vec{\xi}_l$ - випадкові вектори, компоненти яких згенеровані відповідно до рівномірного закону розподілу на інтервал [-1;1].

Крок 3. Обчислення інтервальних оцінок модельованої характеристики $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$ у точках з дискретно-заданими просторовими координатами $i = d,...,I$, $j = d,...,J$, $h = d,...,H$ та на часових дискретах $k = d,...,K$ із застосуванням рекурентної схеми (1.20).

Крок 4. Перевірка «якості» $\delta(\hat{\vec{g}}_l)$ поточного наближення оцінки $\hat{\vec{g}}$ вектора параметрів ІДМ.

На цьому кроці приймаємо, що «якість» наближення буде тим вищою, чим ближче буде прогнозований коридор, побудований на основі даного наближення вектора параметрів, до експериментального.

Якість наближення будемо визначати кількісно у вигляді різниці центрів найбільш віддалених між собою прогнозного та експериментального інтервалів – у випадку, коли вони не перетинаються та найменшою шириною перетину серед прогнозних та експериментальних інтервалів – для випадку їх перетину [71].

Формально ці умови запишемо у такому вигляді:

$$\delta(\hat{\vec{g}}_l) = \max_{i=d,...,I,\, j=d,...,J,\, h=d,...,H,\, k=d,...,K} \left\{ mid([\hat{v}_{i,j,h,k}]) - mid([z_{i,j,h,k}]) \right\},$$

$$\text{якщо } [\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] = \varnothing \quad \exists\, i = d,...,I,\ \exists\, j = d,...,J,\ \exists\, h = d,...,H,\ \exists\, k = d,...,K \qquad (1.26)$$

$$\delta(\hat{\vec{g}}_l) = \max_{i=d,...,I,\, j=d,...,J,\, h=d,...,H,\, k=d,...,K} \left\{ wid([\hat{v}_{i,j,h,k}]) - wid([\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}]) \right\},$$

$$\text{якщо } [\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] \neq \varnothing \quad \forall\, i = d,...,I,\ \forall\, j = d,...,J,\ \forall\, h = d,...,H,\ \forall\, k = d,...,K, \qquad (1.27)$$

де $mid(\bullet)$, та $wid(\bullet)$, - операції визначення центру та ширини інтервалу, відповідно.

Слід зауважити, що формула (1.26) визначає якість поточного наближення у випадку достатньо грубої оцінки вектора параметрів, коли існують дискрети, у яких прогнозований інтервал не перетинається із експериментальним. Формула (1.27) – це результат багаторазового практичного застосування алгоритму розробленого авторами [67].

Якщо обчислене значення «якості» $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ поточного наближення оцінки $\hat{\bar{g}}_l$ вектора параметрів ІДМ на поточній ітерації дорівнює нулю ($\delta(\hat{\bar{g}}_l)$=0), то завершення процедури у протилежному випадку переходимо на Крок 2.

Практика застосування зазначеної обчислювальної схеми для розв’язування задач параметричної ідентифікації макромоделей у вигляді ІДМ показала її певні недоліки, зокрема високу обчислювальну складність реалізації та низьку збіжність [67, 68]. При цьому в процесі реалізації обчислень виникали «зациклення», коли не можливо було знайти хоча б один із множини розв’язків ІСНАР.

У певній мірі кількість випадків «зациклення» вдалося зменшити шляхом уведення процедур налаштування довжини кроку, тобто параметра r [67, 70-72]. Для цих цілей використано методи половинного поділу та одновимірної оптимізації. Проте, в результаті уведення процедур налаштування кроку підвищилася обчислювальна складність. Удосконалення розглянутої обчислювальної схеми реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ, зокрема із застосуванням стохастичного пошуку на основі напрямного конуса Растригіна розглянуто у другому розділі [142-143].

Структурна ідентифікація. Розглянемо задачу структурної ідентифікації ІДМ у загальному вигляді (1.20) [213, 214].

Складність задачі налаштування ІДМ (1.20) полягає в тому, що не відомими є не лише параметри, а і її структура [51, 216]. При цьому, для знаходження параметрів ІДМ потрібно розв’язати задачу параметричної ідентифікації, а для знаходження структури – структурної. Зауважимо, що обидві ці задачі є дуже тісно взаємопов’язаними, адже параметрична ідентифікація є етапом структурної, і для знаходження одного розв’язку останньої необхідно здійснити багато спроб знайти вектор параметрів ІДМ.

Зауважимо, що «успішність» задачі пошуку вектора параметрів ІДМ напряму залежить від успішності процесу підбору його структури. Адже, якщо визначена структура ІДМ є «не вдалою», то знайти розв'язок задачі параметричної ідентифікації – неможливо.

Отже, параметрична ідентифікація є етапом структурної ідентифікації. У випадку, коли дані задано в інтервальному вигляді, цей етап полягає в знаходженні оцінок параметрів ІДМ шляхом розв'язування інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь (ІСНАР) (1.23) для деякого відомого вектора базисних функцій (структурних елементів ІДМ).

Для розв'язання ІСНАР (1.23) використовуємо метод параметричної ідентифікації на основі процедур випадкового пошуку [58, 69]. Застосування цього методу передбачає, замість розв'язування ІСНАР (1.23), пошук деякого наближення до її розв'язку, яке задає якість поточної структури ІДМ [58].

Скористаємося рядом позначень, що необхідні для розкриття суті формальної постановки задачі [138].

Позначимо за λ_s поточну структуру ІДМ:

$$\lambda_s = \{ f_1^{\,s}(\bullet) \cdot g_1^s ; f_2^{\,s}(\bullet) \cdot g_2^s ; \ldots ; f_{m_s}^s(\bullet) \cdot g_{m_s}^s \}, \tag{1.28}$$

де $\vec{f}^{\,s} = \{ f_1^{\,s}(\bullet); f_2^{\,s}(\bullet); \ldots ; f_{m_s}^s(\bullet) \} \subset F$ набір структурних елементів, що задає поточну s-ту структуру ІДМ.

Далі введемо наступні умовні позначення: $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$ – кількість елементів у поточній структурі λ_s; F – множина усіх структурних елементів, $F = \{ f_1(\bullet); \ldots ; f_l(\bullet); \ldots ; f_L(\bullet) \}$ де $|F| = L$ (потужність множини F); $\vec{g}^{\,s} = \{ g_1^{\,s}; g_2^{\,s}; \ldots , g_{m_s}^s \}$ – вектор невідомих значень параметрів [138].

Задача структурної ідентифікації полягає в пошуку структури λ_0 ІДМ у вигляді (1.28), щоб для сформованої на її основі інтервальної дискретної моделі [138]:

$$[v_{i,j,h,k}(\lambda_0)] = [f_1^{\,0}(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^0 + [f_2^{\,0}(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^0 + \ldots + [f_{m_0}^0(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_0}^0 , \tag{1.29}$$

виконувалися умови (1.21), тобто було забезпечено належність інтервальних оцінок прогнозованого значення модельованої характеристики до інтервалів допустимих значень модельованої характеристики на множині усіх дискрет.

Якість поточної структури ІДМ оцінюємо на основі значення показника $\delta(\lambda_s)$, який кількісно визначає наближеність поточної структури до задовільної в сенсі забезпечення умов (1.21) [215]. У подальшому $\delta(\lambda_s)$ будемо називати функцією мети оптимізаційної задачі структурної ідентифікації математичної моделі із гарантованими прогностичними властивостями.

Значення показника якості $\delta(\lambda_s)$, для поточної структури ІДМ λ_s, обчислюємо за допомогою модифікованих виразів (1.26) та (1.27):

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=d,...,I,\, j=d,...,J,\, h=d,...,H,\, k=d,...,K} \{ \Big| mid\,(\vec{f}_s^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],\ldots,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],$$
$$\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{\bar{g}}^s) - mid\,([z_{i,j,h,k}]) \Big| \}, \qquad (1.30)$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] = \varnothing \;\; \exists i = d...,I, \exists j = d,...,J, \exists h = d,...,H, \exists k = d,...,K$;

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=d,...,I,\, j=d,...,J,\, h=d,...,H,\, k=d,...,K} \{ wid\,(\vec{f}_s^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],$$
$$\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{\bar{g}}) - wid((\vec{f}_s^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],$$
$$\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{\bar{g}}) \cap [z_{i,j,h,k}]) \}, \qquad (1.31)$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] \neq \varnothing, \forall\, i = d...,I, \forall\, j = d,...,J, \forall\, h = d,...,H, \forall\, k = d,...,K$;

де $mid(\bullet), wid(\bullet)$- операції визначення центру та ширини інтервалів відповідно.

Вираз (1.30) описує «наближеність» поточної структури до задовільної на початкових ітераціях, а вираз (1.31) у випадку $\delta(\lambda_s)$=0 забезпечує виконання умов (1.21).

Задачу структурної ідентифікації ІДМ запишемо формально у вигляді задачі знаходження мінімуму функції мети $\delta(\lambda_s)$ [215]:

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\hat{\bar{g}}^s,\, \vec{f}_s(\bullet)} \min,\; m_s \in [I_{\min}; I_{\max}],\;\; \vec{f}_s(\bullet) \in F. \qquad (1.32)$$

Із виразів (1.30) та (1.31) бачимо, що для обчисленого значення функції мети $\delta(\lambda_s)$ для структури ІДМ λ_s, за будь-яких умов буде виконуватися нерівність $\delta(\lambda_s) \geq 0$. Отже, функція мети $\delta(\lambda_s)$ має глобальний мінімум лише у тих точках, для яких виконується рівність $\delta(\lambda_s) = 0$. Спираючись на теорію множинності моделей [83] можемо стверджувати, що у просторі пошуку розв'язків задачі структурної ідентифікації ІДМ функція $\delta(\lambda_s)$ має багато глобальних мінімумів.

Чим менше значення $\delta(\lambda_s)$, тим «краща» поточна структура ІДМ. Якщо $\delta(\lambda_s) = 0$, то поточна структура ІДМ дає можливість побудувати адекватну модель, для якої інтервальні оцінки прогнозованої характеристики належать до інтервалів можливих значень модельованої характеристики.

Як уже зазначалося, задача структурної ідентифікації різницевого оператора зводиться до багаторазового розв'язання задачі параметричної ідентифікації, коли необхідно розв'язувати ІСНАР (1.23). Тому актуальною є необхідність розробки методів структурної ідентифікації, які б забезпечували зменшення кількості ітерацій методу для пошуку адекватної структури математичної моделі, а відповідно й зменшували б необхідну кількість розв'язувань задачі параметричної ідентифікації.

ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ

У вступній частині розділу розглянуто задачі моделювання систем з розподіленими параметрам за умов забезпечення точності моделі в межах точності експериментальних даних. Наведено особливості об'єктів з розподіленими параметрами та означено клас математичних об'єктів для їх опису. Запропоновано для опису таких об'єктів використати дискретні моделі, аналогами яких, є диференціальні рівняння з частинними похідними. Розглядаючи задачі моделювання, проаналізовано ряд прикладів. Зокрема, проаналізовано задачі побудови макромоделі стаціонарних полів концентрацій шкідливих викидів в атмосферу із заданою точністю та макромоделі для контролю якості виробництва гіпсокартону, із заданими межами розподілу вологості. Встановлено, що для побудови зазначених моделей необхідно розв'язати дві математичні задачі: параметричної та структурної ідентифікації дискретних моделей об'єктів з розподіленими параметрами за результатами експерименту з інтервальними даними.

При аналізі критеріїв, на яких побудовано методи параметричної ідентифікації, розглянуто і проведено порівняння таких основних критеріїв: забезпечення мінімуму середньоквадратичного відхилення між результатами моделювання та експерименту; мінімізації максимального відхилення; максимальної правдоподібності; зовнішніх критеріїв, зокрема - регулярності; критерію заданої точності. Показано, що у випадку інтервального представлення не точних результатів експерименту, найбільш прийнятним є використання критерію заданої точності.

Наведено особливості методів параметричної та структурної ідентифікації дискретних моделей, зокрема в межах стохастичного підходу, методів, які ґрунтуються на теорії нечітких множин і методів теоретико-множинного та інтервального підходів. Особлива увага приділена методу групового урахування аргументів. Показано складність застосування традиційних методів для ідентифікації дискретних моделей об'єктів з розподіленими параметрами у випадку використання інтервальних даних.

Проведено огляд сучасних методів структурної ідентифікації зазначених моделей, які ґрунтуються на аналогіях поведінки

біологічних систем і містять компоненти самоорганізації та адаптації. Зокрема, розглянуто: алгоритми розмноження популяції (генетичні алгоритми); алгоритми поведінки мурашиної колонії та колонії медоносних бджіл. Детально проаналізовано недоліки методів структурної ідентифікації на основі застосування генетичних алгоритмів.

Наведено загальну схему реалізації всіх ройових алгоритмів: ініціалізація популяції агентів алгоритму; переміщення агентів алгоритму на основі набору правил, специфічних для кожного ройового алгоритму, у такий спосіб, щоб наблизитися до екстремуму функції мети; завершення процедури за певної умови, чи перехід на наступний цикл. Показано також специфіку кожного з методів ройового інтелекту.

Для розв'язування задач структурної ідентифікації дискретних моделей об'єктів з розподіленими параметрами обґрунтовано використання поведінкових моделей колонії медоносних бджіл.

Запропоновано та математично обґрунтовано функцію мети для розв'язування задачі структурної ідентифікації інтервальної дискретної моделі системи.

У завершальній частині розділу математично сформульовано постановки задач структурної та параметричної ідентифікації дискретних моделей об'єктів з розподіленими параметрами на основі критеріїв заданої точності моделі у вигляді задач нелінійної дискретної оптимізації.

РОЗДІЛ 2. ПАРАМЕТРИЧНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Наведена в першому розділі схема випадкового пошуку в задачі параметричної ідентифікації інтервальної дискретної моделі (різницевого оператора), яка задовольняє ІСНАР (1.23) є неефективною, оскільки у ній відсутня адаптивна процедура налаштування параметрів випадкового пошуку, таких як напрям та довжина кроку. Тим часом, в межах стохастичного та детермінованого підходів до розв'язування задач параметричної ідентифікації математичних моделей створено ряд достатньо ефективних обчислювальних методів випадкового пошуку, зокрема описаних у працях Растригіна [141, 142]. Переважно ці методи є ефективними для розв'язування задач оптимізації високої розмірності, де обчислювальні похибки «зашумлюють» функцію мети. У випадку ж параметричної ідентифікації інтервальної дискретної моделі обчислювальна задача зводиться до пошуку хоча б однієї точки, яка належить не опуклій області розв'язків ІСНАР (1.23). Провівши певні перетворення, вказану задачу також можна розглядати як задачу оптимізації, ефективне розв'язування якої методами випадкового пошуку в значній мірі залежатиме від властивостей функції мети. Основними завданнями даного розділу є виявлення властивостей функції мети у випадку розв'язування задачі параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді ІДМ, дослідження можливості удосконалення та застосування для розв'язування цієї задачі відомих обчислювальних методів випадкового пошуку.

2.1 Аналіз функції мети в задачі параметричної ідентифікації інтервальної дискретної моделі із заданою точністю

Розглянемо деякі важливі властивості функції мети в задачі параметричної ідентифікації ІДМ, які необхідні для побудови обчислювального методу розв'язування цієї задачі із застосуванням процедур випадкового пошуку.

Нехай на l –тому кроці процедури випадкового пошуку знайдено деяку оцінку параметрів різницевого оператора $\hat{\vec{g}}_l$. Підставимо отриману оцінку $\hat{\vec{g}}_l$ разом із відомими значеннями векторів вхідних змінних $\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}$ у вираз для обчислення інтервальної оцінки $[\hat{v}^-_{i,j,h,k}(l);\hat{v}^+_{i,j,h,k}(l)]$ прогнозованого значення характеристики (1.20):

$$[\hat{v}^-_{i,j,h,k}(l);\hat{v}^+_{i,j,h,k}(l)] = \vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],\ldots,$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\vec{g}}_l,\ i=d,...,I,\ j=d,...,J,\ h=d,...,H,\ k=d,...,K, \quad (2.1)$$

а результат підставимо відповідно у вирази (1.26) та (1.27) замість інтервальної оцінки прогнозованого значення $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$, отримаємо:

$$\delta(\hat{\vec{g}}_l) = \max_{i=1,...,I,\,j=1,...,J,\,h=1,...,H,\,k=1,...,K}\Big\{mid(\vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],...,$$
$$[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\vec{g}}_l) - mid([z_{i,j,h,k}])\Big|\Big\}, \quad (2.2)$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}]\cap[z_{i,j,h,k}]=\varnothing$, $\exists\, i=d,...,I$, $\exists\, j=d,...,J$, $\exists\, h=d,...,H$, $\exists\, k=d,...,K$

$$\delta(\hat{\vec{g}}_l) = \max_{i=1,...,I,\,j=1,...,J,\,h=1,...,H,\,k=1,...,K}\Big\{wid(\vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],...,$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\vec{g}}_l) - wid((\vec{f}^{\,T}([[\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],...,$$
$$[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],,...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\vec{g}}_l))\cap[z_{i,j,h,k}])\Big\}, \quad (2.3)$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}]\cap[z_{i,j,h,k}]\neq\varnothing$ $\forall\, i=d,...,I$, $\forall\, j=d,...,J$, $\forall\, h=d,...,H$, $\forall\, k=d,...,K$.

Застосування процедури випадкового пошуку для розв’язування задачі параметричної ідентифікації ІДМ у вигляді задачі мінімізації функції мети

$$\delta(\hat{\vec{g}}) \xrightarrow{\hat{\vec{g}}} \min, \quad (2.4)$$

забезпечує знаходження послідовності $\hat{\vec{g}}_1$, $\hat{\vec{g}}_2,\ldots,\hat{\vec{g}}_l,\ldots$ оцінок параметрів і відповідної послідовності значень функції мети $\delta(\hat{\vec{g}}_1)$, $\delta(\hat{\vec{g}}_2),\ldots,\delta(\hat{\vec{g}}_l),\ldots$, обчислених за виразом (2.2), або (2.3). При цьому

процедуру випадкового пошуку необхідно організувати у такий спосіб, щоб забезпечити умови зменшення значень функції мети $\delta(\hat{\bar{g}}_1)>\delta(\hat{\bar{g}}_2)>\ldots>\delta(\hat{\bar{g}}_l)>\ldots>\delta(\hat{\bar{g}}_{l=L}=\hat{\bar{g}}\in\Omega)$ за скінчену та якомога меншу кількість ітерацій $l=L$. Зауважимо, що розв'язком задачі оптимізації (2.4) є вектор оцінок $\hat{\bar{g}}\in\Omega$ параметрів лінійної ІДМ (1.20).

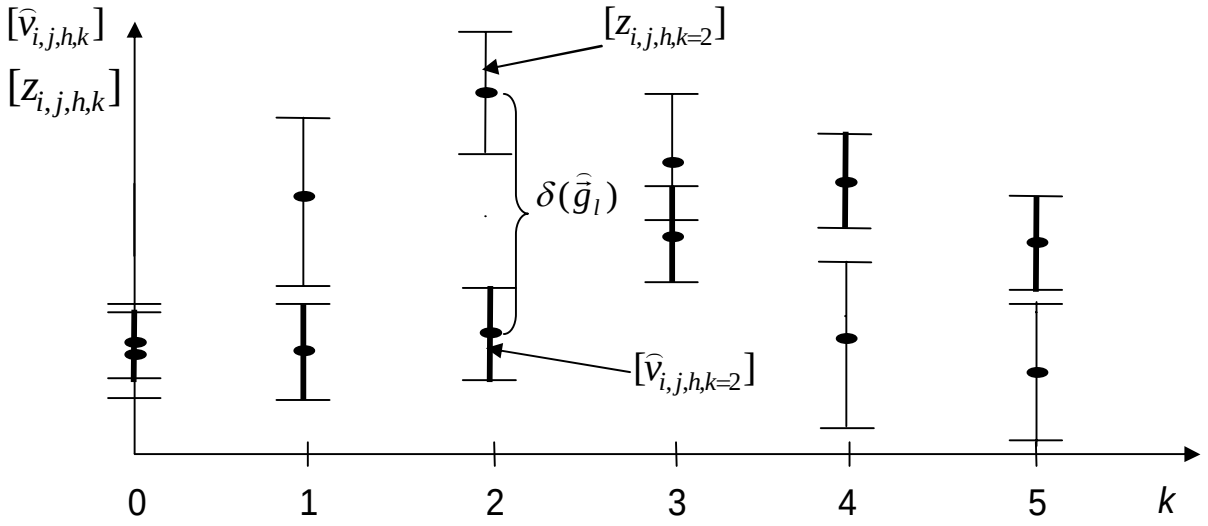
Як бачимо з виразів (2.2) та (2.3), функція мети $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ є дискретною від $i=d,...,I$, $j=d,...,J$, $h=d,...,H$, та $k=d,...,K$ і не має аналітичного вигляду, тобто її значення визначаємо алгоритмічно. Загальні правила обчислення функції $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ мети в задачі параметричної ідентифікації ІДМ залежать від ступеня «неузгодження» між інтервальними оцінками прогнозованої характеристики на основі ІДМ та експериментальними оцінками цієї характеристики на усіх дискретах. Сформулюємо ці правила:

1) вираз (2.2) - функцію мети обчислюємо як модуль максимального відхилення між центрами інтервальних оцінок прогнозованої характеристики $[\hat{v}_{i,j,h,k}(l)]$ та отриманої із експерименту $[z_{i,j,h,k}]$ на усіх дискретах, коли ці інтервали не перетинаються хоча б для однієї дискрети;

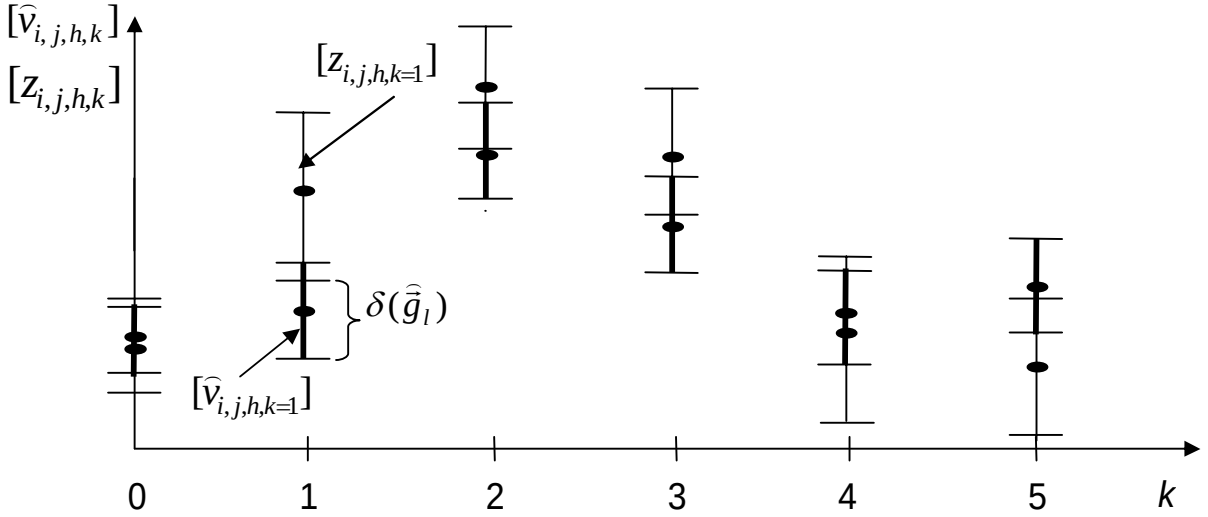
2) вираз (2.3) - функцію мети обчислюємо як максимальну різницю між шириною інтервалу $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$ для прогнозованої характеристики та шириною результуючого інтервалу $[\hat{v}_{i,j,h,k}]\cap[z_{i,j,h,k}]$, отриманого з перетину інтервалів прогнозованого та експериментального, коли ці інтервали перетинаються для усіх дискрет, тобто $[\hat{v}_{i,j,h,k}]\cap[z_{i,j,h,k}]\neq\varnothing$ $\forall\, i=d,...,I$, $\forall\, j=d,...,J$, $\forall\, h=d,...,H$, $\forall\, k=d,...,K$.

Проведемо аналіз правил обчислення функції мети в залежності від досягнутої якості поточного наближення параметрів ІДМ в процедурі випадкового пошуку. Для цього скористаємося графічною ілюстрацією.

На рис. 2.1. наведено графічну ілюстрацію для обох випадків обчислення функції мети.



а)



б)

Рис.2.1.- Ілюстрація до обчислення функції мети: а)- за формулою (2.2) для випадку неточного наближення оцінок параметрів ІДМ; б)- за формулою (2.3) для випадку уточнення оцінок параметрів ІДМ

Як бачимо із рис 2.1 а), у першому випадку (обчислення за формулою (2.2)) інтервальні оцінки прогнозованої характеристики та отримані із експерименту для дискретних значень *k* суттєво відхиляються одна від одної. Причому найбільше відхилення бачимо

між центрами інтервалів $[\hat{v}_{i,j,h,k=2}]$ та $[z_{i,j,h,k=2}]$ для дискрети k=2. Модуль цього відхилення і є значенням функції мети. Можна припустити, що у цьому випадку інтервальні оцінки прогнозованої характеристики отримані за наявності достатньо «грубих», тобто не точних оцінок параметрів ІДМ. Як тільки оцінки параметрів ІДМ в процесі процедури випадкового пошуку уточнюються, то інтервали значень прогнозованої характеристики та інтервали значень тієї ж характеристики, які отримано з експерименту перетинаються в кожній дискреті. Зазначений випадок проілюстровано на рис. 2.1 б). Тоді функцію мети обчислюємо за формулою (2.3).

Як бачимо з рис. 2.1 б) найбільше відхилення (неузгодження) спостерігається між інтервалами $[\hat{v}_{i,j,h,k=1}]$ та $[z_{i,j,h,k=1}]$ для дискрети k=1. Саме це неузгодження, обчислене за формулою (2.3), визначає значення функції мети на даній ітерації випадкового пошуку.

Очевидно, що неузгодження між інтервальною оцінкою прогнозованої характеристики та отриманою експериментально, в обох випадках кількісно визначаються значенням функції мети і характеризують досягнуту якість поточного наближення параметрів ІДМ в процедурі їх випадкового пошуку. Зауважимо, хоча ІДМ є лінійною за параметрами, проте функція мети – нелінійна, оскільки побудована із інтервальної системи нелінійних рівнянь.

Використання двох правил для розрахунку функції мети дещо ускладнює обчислювальну реалізацію методу параметричної ідентифікації ІДМ. Проте такий підхід є обґрунтованим наступними міркуваннями.

У випадку достатньо «грубих» поточних оцінок параметрів ІДМ слід застосовувати формулу (2.2).

Однак, застосування цієї формули, навіть у випадну отримання мінімального значення функції мети, не гарантує, що знайдені оцінки параметрів забезпечують сумісність ІСНАР (1.23), тобто адекватність ІДМ. Зазначений випадок проілюстровано на рисунку 2.2.

Незважаючи на те, що значення функції мети у цьому випадку дорівнює нулю, інтервали значень прогнозованої характеристики виходять за межі інтервалів значень характеристики, отриманих з експерименту (за виключенням k=0). Тобто замість забезпечення

умов (1.21) сумісності ІСНАР (1.23): $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \subset [z_{i,j,h,k}]$ $\forall\, i = 0,...,I$, $\forall\, j = 0,...,J$, $\forall\, h = 0,...,H$, $\forall\, k = 0,...,5$, на рис. 2.2 спостерігаємо протилежні умови: $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \supset [z_{i,j,h,k}]$ $\forall\, i = 0,...,I$, $\forall\, j = 0,...,J$, $\forall\, h = 0,...,H$, $\forall\, k = 1,...,5$, і як результат - $\hat{\bar{g}}_l \notin \Omega$.

До того ж мінімальне значення функції мети, обчислене за формулою (2.2), можливе тільки для випадку, коли центри інтервалів значень прогнозованої характеристики та інтервалів значень характеристики, які отримано експериментально співпадають для усіх дискрет, що є випадком інтерполяції (див. рис 2.2). Такі умови неприйнятні для технічних застосувань, оскільки призводять до надмірного ускладнення структури ІДМ.

Отже, якщо в процесі процедури випадкового пошуку отримано точніші оцінки параметрів ІДМ, то необхідно перейти на обчислення значень функції мети за формулою (2.3).

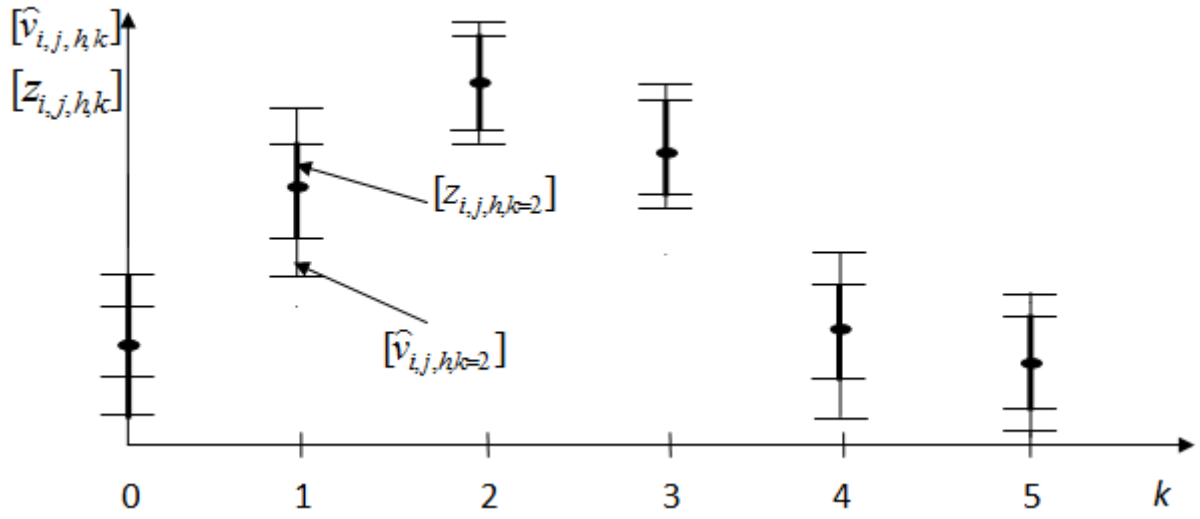


Рис.2.2. – Ілюстрація до обчислення функції мети за формулою (2.2), для випадку $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$=0

Нехай знайдено хоча б один розв'язок $\hat{\bar{g}}_l = \hat{\bar{g}} \in \Omega$ ІСНАР (1.23). Підставимо його у вираз (2.1), разом із відомими значеннями векторів вхідних змінних $\bar{u}_{i,j,h,0},...,\bar{u}_{i,j,h,k}$. Отримаємо інтервали значень характеристики $[\hat{v}^-_{i,j,h,k}(l); \hat{v}^+_{i,j,h,k}(l)]$ на основі ІДМ. Оскільки $\hat{\bar{g}}_l = \hat{\bar{g}} \in \Omega$,

то згідно з умовами (1.21) формування ІСНАР (1.23) виконуються умови належності інтервалів $[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k}(l);\hat{v}^{+}_{i,j,h,k}(l)]$ до інтервалів, отриманих з експерименту:

$$[\hat{v}^{-}_{i,j,h,k}(l);\hat{v}^{+}_{i,j,h,k}(l)]\Big|_{\hat{\bar{g}}_l\in\Omega} = \vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],,\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\bar{g}}_l \subset [z^{-}_{i,j,h,k};z^{+}_{i,j,h,k}]\ \ \forall\, i=d,...,I, \quad (2.5)$$
$$\forall\ j=d,...,J,\ \forall\ h=d,...,H,\ \forall\ k=d,...,K.$$

Тоді ширина інтервалу значень прогнозованої характеристики на основі ІДМ дорівнює ширині результуючого, отриманого з перетину прогнозованого та експериментального інтервалів. Запишемо результат виконання умов (2.6) у розгорнутому вигляді:

$$wid((\vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],...,$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\bar{g}}_l)\cap[z_{i,j,h,k}]) = \quad (2.6)$$
$$wid(\vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],[\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],...,$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],,\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})\cdot\hat{\bar{g}}_l)\ \ \forall\, i=d,...,I,\ \forall\ j=d,...,J,\ \forall\ h=d,...,H,$$
$$\forall\ k=d,...,K.$$

Звідси аналізуючи вираз (2.3) приходимо до висновку, що значення функції мети набуває мінімального нульового значення:

$$\left(\delta(\hat{\bar{g}}_l)\right)=0. \quad (2.7)$$

Отже найменше значення функції мети $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$, обчисленої за виразом (2.3), досягається для векторів оцінок параметрів ІДМ, які забезпечують сумісність ІСНАР (1.23). У цьому випадку функція мети набуває нульового значення: $\delta(\hat{\bar{g}}_l=\hat{\bar{g}}\in\Omega)=0$. Встановлена в процесі аналізу властивість є надійною ознакою для визначення глобальних мінімумів функції мети в задачі оптимізації (2.4).

Інші властивості функції мети (2.3) дослідимо на конкретному прикладі побудови інтервальної дискретної моделі, який описано в праці [32]. У цій праці розглянуто одновимірну модель поширення

концентрацій окису вуглецю *CO* в однорідному середовищі внаслідок рівномірного руху транспортного потоку з постійною потужністю викидів (лінійне джерело шкідливих викидів із нескінченною довжиною). Вказаний процес описано різницевим оператором, у такому загальному вигляді [32]:

$$v_j = g_1 \cdot v_{j-1} + g_2 \cdot (v_{j-2} - v_{j-1}),\ j = 2,..., L. \qquad (2.8)$$

Як бачимо, дискретна модель описує концентрацію окису вуглецю в залежності від однієї дискретної координати *j*. Лінійна дискретна модель у вигляді виразу (2.8) є моделлю другого порядку.

Для ідентифікації ІДМ проведено вимірювання концентрацій окису вуглецю з відносною похибкою 10% перпендикулярно до дороги на відстані від 0 до 100 метрів із дискретою Δx=10м. Результати вимірювань наведено в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 - Інтервальні дані вимірювань концентрацій окису вуглецю

№ дискети	Відстань від дороги	Виміряна концентрація *CO*	Інтервальні значення концентрації *CO*
j	x_j, м	$\tilde{v}_j$, мг/м^3	$[v_j] = [v_j^-; v_j^+]$, мг/м^3
0	0	55	[49,5;60,5]
1	10	47	[42,3;51,7]
2	20	43	[38,7;47,3]
3	30	37	[33,3;40,7]
4	40	32	[28,8;35,2]
5	50	30	[27,0;33,0]
6	60	26	[23,4;28,6]
7	70	23	[20,7;25,3]
8	80	20	[18,0;22,0]
9	90	18	[16,2;19,8]
10	100	16	[14,4;17,6]

Користуючись даними таблиці 2.1. та з урахуванням структури ДМ побудували ІСНАР у вигляді (1.23), де було задано такі початкові

інтервальні значення прогнозованої характеристики (концентрацій окису вуглецю): $[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]\subset[52{,}25;57{,}75]$; $[\hat{v}_1^-;\hat{v}_1^+]\subset[44{,}65;49{,}35]$. Один із розв'язків $\hat{g}_1=0.8897, \hat{g}_2=-0.0261$ ІСНАР отримано з допомогою обчислювального методу з процедурою випадкового пошуку параметрів ІДМ, який наведено у підрозділі 1.2.

Тепер для дослідження функції мети, в околі отриманого розв'язку означимо прямокутну область 100*100 дискретних значень параметрів g_1, g_2 з кроками, відповідно: $\Delta g_1=0.003, \Delta g_2=0.002$. Для отриманої сітки на основі формули (2.3) розрахуємо значення функції мети. Графічно результати побудови функції мети наведено на рис. 2.3. На рис. 2.4 для наглядної графічної ілюстрації цієї функції також побудовано її лінії рівного рівня.

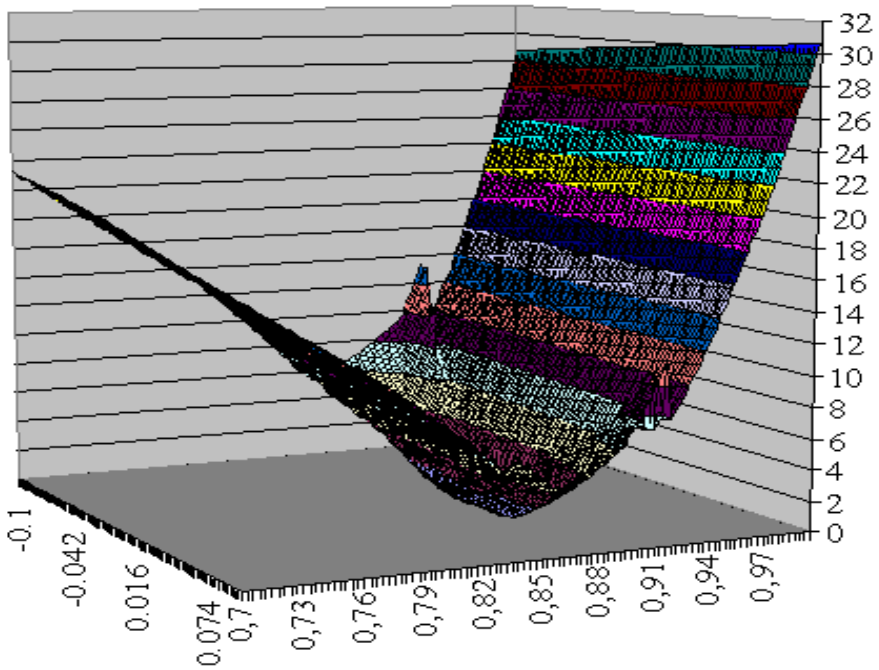


Рис. 2.3. – Графік функції мети у задачі параметричної ідентифікації ІДМ другого порядку, для m=2

На рис. 2.3 по центру чорним кольором у вигляді фігури, подібної до ромба, позначено область розв'язків ІСНАР, тобто область, де функція мети набуває нульових значень. Як бачимо на рис. 2.3 та рис. 2.4, функція мети є неунімодальною, що суттєвим чином ускладнює алгоритми пошуку точок її глобальних мінімумів.

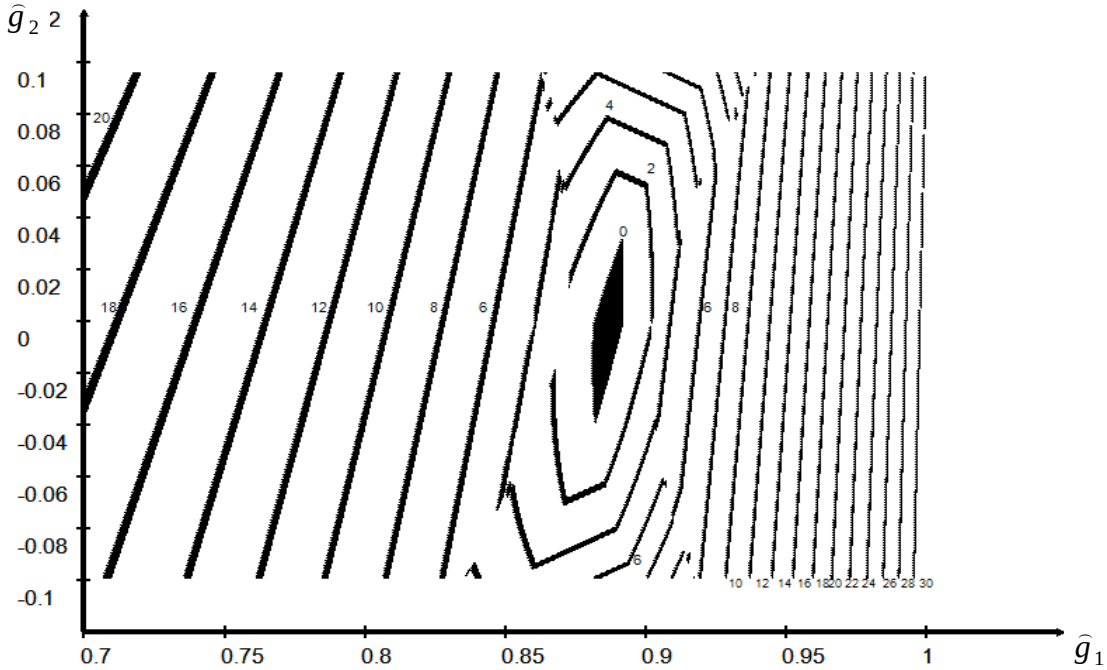


Рис. 2.4. - Лінії рівного рівня функції мети, зображеній на рис.2.3

Як бачимо із рисунка 2.4., функція мети є монотонно спадною для достатньо грубих оцінок параметрів ІДМ, зокрема, для інтервалів зміни параметрів: $\hat{g}_1 \in$ [0,7;0,825]$\cup$[0,93;1] та $\hat{g}_2 \in$[-0,1;0,1]. Це підтверджує встановлені вище властивості: значення функції мети характеризують досягнуту якість поточного наближення параметрів ІДМ в процедурі їх випадкового пошуку; для «грубих» оцінок параметрів ІДМ поняття їх «якості» можна трактувати, як евклідову норму між поточними оцінками параметрів ІДМ в процедурі випадкового пошуку і «істинними» оцінками, які задовольняють розв'язку ІСНАР (1.23). В силу нелінійності залежності між значенням функції мети та вектором оцінок параметрів ІДМ, для достатньо точних за евклідовою нормою наближень вектора оцінок до «істинних» оцінок, уточнення цих оцінок параметрів не означає зменшення значення функції мети. Цей факт проілюстровано на рис.2.3., 2.4. Як бачимо, в області зміни параметрів $\hat{g}_1 \in$ [0,825; 0,93] та $\hat{g}_2 \in$[0,1;0,1] є ділянки різкого зростання та спадання функції мети, локальні «піки» та «впадини». Також у цій області спостерігається кусковість функції мети, що у сукупності знижує ефективність

існуючих обчислювальних схем у сенсі забезпечення вимог збіжності (скінченності) та зменшення кількості ітерацій процедур випадкового пошуку.

Констатуючи факт, що задача параметричної ідентифікації ІДМ є складною оптимізаційною задачею, підсумуємо отримані результати щодо властивостей функції мети цієї задачі:

- обґрунтовано загальні правила та вирази для обчислення функції мети $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ в задачі параметричної ідентифікації ІДМ, і показано, що їх вибір залежить від ступеня «неузгодження» між інтервальними оцінками прогнозованої характеристики на основі ІДМ та експериментальними оцінками цієї характеристики на усіх дискретах, зокрема, обґрунтовано вираз для обчислення функції мети, який забезпечує отримання її нульового значення у точках локальних мінімумів, що слугує надійною ознакою отримання оцінок параметрів ІДМ, які забезпечують її адекватність;

- показано, що функція мети $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ є дискретною і не має аналітичного представлення, тобто її значення можемо визначити тільки алгоритмічно;

- встановлено, що значення функції мети характеризують досягнуту якість поточного наближення параметрів ІДМ в процедурі їх випадкового пошуку, проте наближення вектора оцінок параметрів за евклідовою нормою до «істинних» оцінок, які є розв’язками ІСНАР (1.23), не завжди означатиме зменшення значення функції мети;

- встановлено, що основною причиною низької ефективності в сенсі виконання вимог збіжності (скінченності) та зменшення кількості ітерацій при використанні процедур випадкового пошуку в задачах параметричної ідентифікації лінійної ІДМ, є нелінійність залежності між значенням функції мети та вектором оцінок параметрів ІДМ, наявність ділянок різкого зростання та спадання цієї функції, локальних «піків» та «впадин», а також кусковість функції мети, особливо в області - близькій до області розв’язків ІСНАР.

Встановлені властивості функції мети дають можливість удосконалити метод параметричної ідентифікації лінійної ІДМ на основі процедур випадкового пошуку у сенсі зниження обчислювальної складності використання методу та одночасного забезпечення його збіжності.

2.2 Обґрунтування вибору процедур випадкового пошуку в методі параметричної ідентифікації інтервальної дискретної моделі

Зважаючи на встановлені в попередньому підрозділі властивості функції мети для пошуку оптимальних параметрів ІДМ, а саме, її кусковість, наявність глибоких «впадин» та «піків», ефективність обчислювальної реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ із використанням процедур випадкового пошуку визначається правилами вибору напрямку пошуку оптимуму та довжини кроку. Застосування програмної реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ із використанням процедур випадкового пошуку для прикладних задач, описаних у працях [32, 65, 70-72], показало не достатньо обґрунтоване встановлення кроку та/або напрямку в процедурах випадкового пошуку, що у сукупності призводило до надмірного зростання часу обчислень, або навіть до «зациклення» при реалізації методу.

Виходячи із викладеного вище, для розв’язування задачі параметричної ідентифікації ІДМ у вигляді задачі оптимізації (2.4) взамін застосування існуючої процедури випадкового пошуку пропонується розглянути та дослідити процедури, які описано у працях Растригіна [141, 142]:

- випадковий пошук із лінійною тактикою;
- випадковий пошук по найкращій спробі;
- випадковий пошук із використанням направляючого конуса;
- випадковий пошук із адаптацією розподілу випадкового кроку.

На основі проведених досліджень необхідно побудувати метод параметричної ідентифікації ІДМ із процедурами випадкового пошуку, який в умовах встановлених властивостей функції мети є найбільш ефективним в сенсі зменшення обчислювальної складності та забезпечення збіжності.

Як було показано вище, алгоритм розв’язку задачі оптимізації (2.4) із використанням процедур випадкового пошуку має рекурентний характер. Це означає, що процес пошуку складається із

послідовності ітерацій, кожна із яких визначає перехід від деякого поточного розв'язку до наступного – «покращеного»:

$$\hat{\bar{g}}_0 \to \hat{\bar{g}}_1 \to \hat{\bar{g}}_2 \to \cdots \hat{\bar{g}}_l \to \cdots \to \hat{\bar{g}}_L. \qquad (2.9)$$

Причому у цій послідовності необхідно, щоб на кожній ітерації зменшувалось значення функції мети, а кількість ітерацій для досягнення оптимального її значення була скінченною, тобто: $\delta(\hat{\bar{g}}_l) < \delta(\hat{\bar{g}}_{l-1})$, а $\hat{\bar{g}}_L$ таке, що $\delta(\hat{\bar{g}}_L)$ =0.

В основі обчислювальних схем, розглянутих у працях Растригіна [141], є правила урахування історії пошуку у послідовності (2.9). Зокрема, основним правилом, на яких ґрунтуються процедури випадкового пошуку та обчислювальні схеми оптимізації, є правило, що імовірність вдалого кроку у напрямку який був успішним на попередніх ітераціях, тобто коли функція мети зменшувалась, буде більшою ніж ймовірність вдалого кроку обраного випадковим чином.

Як було зазначено вище, велику роль для забезпечення високої ефективності у процедурах випадкового пошуку параметрів ІДМ, відіграє вибір кроку. Результати аналізу функції мети у попередньому підрозділі дозволяють стверджувати, що при поступовому наближенні значення функції мети до нуля в ітераційній схемі випадкового пошуку параметрів ІДМ потрібно обирати різну довжину кроку щоб обійти «піки», «впадини», чи розриви на поверхні, заданій функцією мети і в той же час не «пропустити» області з оптимальними оцінками параметрів. Тому є потреба обов'язкової модифікації процедур випадкового пошуку для урахування вище зазначених вимог та інтеграції їх в обчислювальну схему, яка б у сукупності забезпечувала низьку часову складність алгоритму реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ.

Процедура випадкового пошуку з лінійною тактикою. Випадковий пошук такого роду побудований з допомогою двох операторів: генерування випадкового вектора параметрів $\hat{\bar{g}}_l$, або повторення (+) кроку за аналогією з попередньої ітерації. Дія кожного із них може привести до одного з двох результатів: значення функції

$\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ або зменшиться, або залишиться без змін. Процедура випадкового пошуку з лінійною тактикою спирається на наступне очевидне припущення відносно об'єкта оптимізації: ймовірність вдалого кроку у напрямку який був успішним на попередній ітерації, тобто коли функція мети зменшувалась, буде більшою, ніж ймовірність вдалого кроку вибраного випадковим чином. При пошуку параметрів ІДМ це означатиме доцільність повторити успішний крок, а у випадку невдачі – обирати напрям пошуку випадковим чином. Лінійність тактики даного процедури полягає в імітації лінійної поведінки, тобто в прямому повторенні вдалого кроку.

Схему випадкового пошуку з лінійною тактикою зручно зобразити у вигляді двох орієнтованих графів переходів від одного оператора до другого у випадку успішного або неуспішного кроку, як це показано на рис. 2.5.

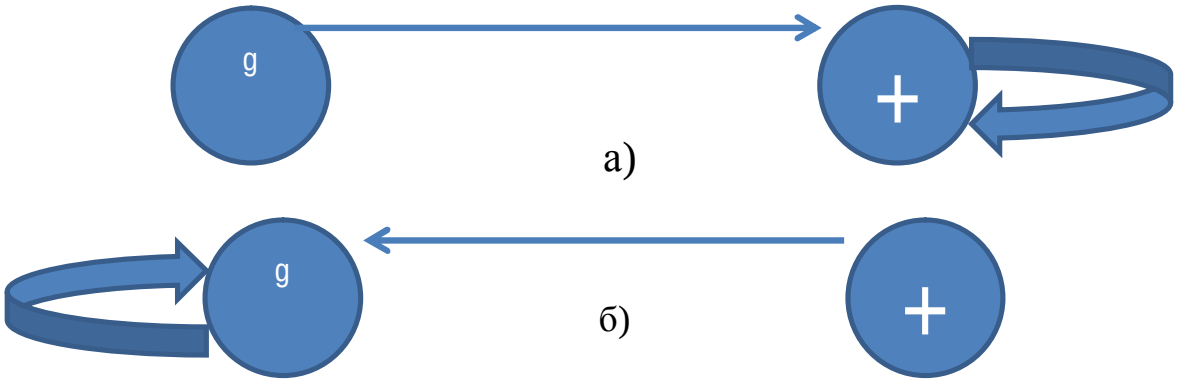


Рис. 2.5. – Граф обчислювальної схеми випадкового пошуку з лінійною тактикою: а) – успішний крок, б) – не успішний крок

Як бачимо, у випадку успішного кроку, тобто зменшення значення функції мети, повторюється (+) той крок, що призвів до успіху. При неуспішному кроці, обрано крок випадковим чином. Формально правило обчислення поточного значення параметрів ІДМ у цій процедурі випадкового пошуку запишемо у такому вигляді:

$$\hat{\bar{g}}_l = \hat{\bar{g}}_{l-1} + \Delta\hat{\bar{g}}_l, \qquad (2.10)$$

де

$$\Delta\hat{\bar{g}}_l = \begin{cases} r\cdot\vec{\xi}, \delta(\hat{\bar{g}}_l) - \delta(\hat{\bar{g}}_{l-1}) \geq 0 \\ \Delta\hat{\bar{g}}_{l-1}, \delta(\hat{\bar{g}}_l) - \delta(\hat{\bar{g}}_{l-1}) < 0 \end{cases}, \qquad (2.11)$$

r – поточний радіус;

$\vec{\xi}$ – одиничний випадковий вектор, рівномірно розподілений за усіма напрямками простору параметрів, що оптимізуються; $\Delta\hat{\bar{g}}_l$, $\Delta\hat{\bar{g}}_{l-1}$- крок на l – тій та на l-1 ітераціях.

Вище зазначена схема має достатньо просту геометричну інтерпретацію на рис. 2.5.

Фактично, це спуск із довжиною кроку r або у випадковому напрямку $\vec{\xi}$ у просторі оцінок вектора параметрів $\hat{\bar{g}}$, або із послідовним застосуванням оператора повторення по поверхні, яка задана функцією $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ у напрямку такому ж як на попередніх кроках, до тих пір, поки значення функції $\delta(\hat{\bar{g}})$ не почне зростати. Це є сигналом того, що обраний напрям більше не перспективний, і потрібно обирати новий, - випадковий.

Тепер розглянемо специфіку і можливості описаної обчислювальної схеми. Нехай p – ймовірність того, що випадковий крок $\Delta\hat{\bar{g}}_l = r\cdot\vec{\xi}$ успішний, а q – ймовірність повторення попереднього успішного кроку. Описана обчислювальна схема буде ефективною, коли часто «спрацьовує» оператор “+”, так як в ці моменти гарантовано зменшується значення функції мети. Звідси випливає: для ефективної роботи даного алгоритму необхідно, щоб ймовірність q була більшою ніж p. Наприклад, для лінійної функції $\delta(\hat{\bar{g}})$ отримуємо: q=1 і p= 0,5. Спираючись на проведений у підрозділі 2.1. аналіз властивостей функції мети $\delta(\hat{\bar{g}})$, можемо припустити, що ефективність розглянутої лінійної стратегії у процедурі випадкового пошуку буде висока для початкових ітерацій методу параметричної ідентифікації ІДМ, коли оцінки параметрів є «грубими» і функція мети на цій ділянці є монотонно спадною.

Для подальших практичних досліджень ефективності методу параметричної ідентифікації ІДМ з процедурою випадкового пошуку на основі лінійної стратегії зазначена процедура була модифікована у

спосіб уведення процедури налагодження довжини кроку виходячи із закономірності, що при поступовому наближенні до мінімуму функції мети, потрібно зменшувати інтервал, із якого обирається значення довжини кроку. В той же час, при «зациклені» в процедурі пошуку параметрів ІДМ, наприклад внаслідок попадання у «впадину» поверхні, заданої функцією мети, довжина кроку збільшувалась щоб «вийти» з локального мінімуму функції мети.

Процедура випадкового пошуку по найкращій спробі. Випадковий пошук такого роду побудований на обчислені значень функції мети в P точках, згенерованих випадковим чином на деякій локальній області пошуку. Набір цих точок представимо таким виразом:

$$\hat{\bar{g}}_p = \hat{\bar{g}}_{l-1} + r \cdot \vec{\xi}_p,\ p=1,\ldots,P \qquad (2.12)$$

де $\hat{\bar{g}}_p$ – одна точка із набору, що претендують на «покращену» оцінку вектора $\hat{\bar{g}}_l$ параметрів ІДМ на l –тій ітерації;

$\vec{\xi}_p$ – одиничний випадковий вектор, рівномірно розподілений за усіма напрямками простору параметрів, які оптимізуються.

Вибір напрямку $\vec{\xi}^*$ найкращої спроби визначаємо наступним чином:

$$\delta(\hat{\bar{g}}_{l-1} + r \cdot \vec{\xi}^*) = \min_{p=1,\ldots,P} (\delta(\hat{\bar{g}}_{l-1} + r \cdot \vec{\xi}_p)). \qquad (2.13)$$

Основна складність у використанні розглянутої обчислювальної схеми полягає у виборі числа P. Чим більше значення P, тим вищою буде обчислювальна складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ із цією процедурою, оскільки збільшується кількість поточних оцінок параметрів ІДМ в наборі із (2.12), для яких необхідно обчислювати значення функції мети за формулами (2.2) чи (2.3). В той же час зменшення значення P може призвести до збільшення кількості ітерацій обчислювального методу і тим самим підвищити його часову складність.

Випадковий пошук із використанням направляючого конуса. Розглянемо обчислювальну схему у процедурі випадкового пошуку мінімуму функції мети $\delta(\hat{\vec{g}})$ із використанням направляючого конуса.

На початковій ітерації випадкового пошуку (l=0) задаємо початкове наближення вектора параметрів ІДМ $\hat{\vec{g}}_0$. В околі цього наближення на поверхні уявної гіперсфери, радіусом r, тобто на відстані r від точки $\hat{\vec{g}}_0$ в просторі параметрів на основі рівномірного закону розподілу генеруємо p випадкових точок:

$$\hat{\vec{g}}_p = \hat{\vec{g}}_0 + r \cdot \vec{\xi}_p,\ p=1,\ldots,P \tag{2.14}$$

Серед згенерованих точок обираємо точку, яка забезпечує найменше значення функції мети:

$$\hat{\vec{g}}_1 = \underset{p=1,\ldots,P}{\arg\min}(\delta(\hat{\vec{g}}_0 + r \cdot \vec{\xi}_p)). \tag{2.15}$$

Отримана оцінка вектора параметрів ІДМ є наближенням для наступної ітерації. Додатково у цій процедурі обчислюємо вектор пам’яті, який визначає успішний напрям пошуку:

$$\vec{w} = (\hat{\vec{g}}_1 - \hat{\vec{g}}_0)/r. \tag{2.16}$$

На наступних ітераціях в просторі параметрів будуємо уявний гіперконус із вершиною $\hat{\vec{g}}_l$, яка є поточною оцінкою вектора параметрів ІДМ, з кутом розкриття ψ і віссю $\vec{w}_l$. Цей гіперконус «відсікає» від гіперсфери з центром у точці $\hat{\vec{g}}_l$ і радіусом r деяку поверхню. На отриманій поверхні в просторі параметрів генеруємо на основі рівномірного закону розподілу p випадкових точок за формулою (2.14), де вектор $\vec{\xi}_p$ в даному випадку обчислюємо виходячи із обмежень на параметри конуса. Серед згенерованих точок обираємо точку, яка забезпечує найменше значення функції мети:

$$\hat{\vec{g}}_{l+1} = \underset{p=1,\dots,P}{\arg\min}(\delta(\hat{\vec{g}}_l + r \cdot \vec{\xi}_p)). \qquad (2.17)$$

Отримана оцінка вектора параметрів ІДМ є наближенням для наступної l+1 ітерації пошукової процедури. Додатково у цій процедурі перевизначаємо вектор пам'яті:

$$\vec{w}_{l+1} = \alpha \cdot \vec{w}_l + \beta \cdot \frac{\hat{\vec{g}}_{l+1} - \hat{\vec{g}}_l}{r}, \qquad (2.18)$$

де α - $(0 \le \alpha \le 1)$ – коефіцієнт забування, а β – коефіцієнт інтенсивності урахування нової інформації.

Пошук продовжується до тих пір, поки зменшується значення функції мети. Якщо ж значення функції мети не зменшується на певній ітерації, то замість конуса використовуємо гіперсферу, як на початковій ітерації для заданого вектора оцінок параметрів. Якщо ж і далі серед згенерованих точок не можливо знайти точку, яка забезпечує зменшення функції мети, то у цьому випадку налаштовуємо довжину кроку *r*, як правило зменшуємо її.

Випадковий пошук із адаптацією розподілу випадкового кроку. В основу цієї процедури покладено відому процедуру випадкового пошуку, описану у першому розділі, яка застосовується у методі параметричної ідентифікації ІДМ. Як відомо, послідовність (2.9) оцінок параметрів ІДМ у цій процедурі на кожній ітерації генерується із виразу $\hat{\vec{g}}_l = \hat{\vec{g}}_{l-1} + r \cdot \vec{\xi}$, де $\vec{\xi}$ - випадковий вектор у просторі параметрів із заданою функцією розподілу $F(\vec{\xi})$ випадкового напрямку. Основною характеристикою цього розподілу є математичне сподівання $M(\vec{\xi})$. Суть випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку полягає у зміні $M(\vec{\xi})$ таким чином, щоб якомога більше враховувати «історію» пошуку, а саме «успішні» кроки. Отже математичне сподівання випадкового напрямку $\vec{\xi}$ змінюватимемо із урахуванням вектора пам’яті $\vec{w}_{l+1}$. Тоді вектор, що задає випадковий напрямок у задачі пошуку матиме такий вигляд:

$$\vec{\xi}_{l+1} = \vec{\xi}_0 + \vec{w}_{l+1}, \qquad (2.19)$$

де $\vec{\xi}_0$ – деякий «нульовий вектор», що задається математичним сподіванням початкового розподілу.

Вектор пам'яті $\vec{w}_{l+1}$ визначає зміщення «випадкового руху» в процесі пошуку. Передбачається, що це зміщення має бути направлене в сторону, де функція мети набуває нульового значення. У цьому випадку вектор пам'яті відображає історію пошуку і корегує перспективний напрям руху до мети. У результаті, отриманий розподіл $F(\vec{\xi})$ має явну тенденцію відхилення у напрямку $\vec{w}_{l+1}$. При цьому напрямок $\vec{w}_{l+1}$ на кожній ітерації корегується.

Очевидно, що у такому підході закладено певну евристику: напрям потрібно формувати як зважену суму випадкових кроків, причому «успішні» кроки потрібно брати із додатніми вагами, а «неуспішні» – з від'ємними. При цьому, перевага повинна надаватися даним із «короткою історією». Цю евристику реалізуємо рекурентною формулою (2.18) для обчислення $\vec{w}_{l+1}$ в процесі пошуку.

Усі описані вище процедури випадкового пошуку було використано для обчислювальної реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ з метою дослідження їх обчислювальної складності та збіжності.

2.3 Дослідження обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації інтервальних дискретних моделей із процедурами випадкового пошуку

Поняття обчислювальної складності реалізації методу кількісно трактується, як деякі витрати обчислювальних ресурсів, в залежності від параметрів, які визначають розмірність задачі. Для порівняння різних алгоритмічних реалізацій деякого методу достатньо часто використовують найпростішу характеристику обчислювальної складності - часову складність, маючи на увазі час реалізації методу від задання початкових умов до отримання розв'язку на обчислювальному засобі із однаковими характеристиками

продуктивності при реалізації усіх алгоритмів. Проте особливістю методу параметричної ідентифікації ІДМ з процедурами випадкового пошуку є ітераційна схема його реалізації, яка забезпечує отримання послідовності «покращених» оцінок параметрів. Тому інваріантною складовою загальної складності реалізації методу із використанням розглянутих процедур випадкового пошуку є кількість ітерацій. Кількісна оцінка обчислювальної складності у вигляді кількості ітерацій має перевагу по відношенню до часової складності, оскільки не залежить від продуктивності обчислювальних засобів. Але такий підхід ускладнений тим, що для кожної реалізації методу із різними процедурами випадкового пошуку часова складність однієї ітерації може бути різною.

Аналіз ітераційної схеми обчислень при реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ з процедурами випадкового пошуку показує, що кожна ітерація складається з двох обчислювальних процедур: формування поточного наближення оцінок параметрів; оцінювання якості цього наближення. Оцінювання якості поточного наближення полягає в обчислені значень функції мети для поточних оцінок параметрів і є однаковою для усіх процедур випадкового пошуку. Зважаючи на цей факт, для обґрунтування вибору кількісної оцінки обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ, спочатку необхідно оцінити співвідношення між складністю обчислень обох складових ітерації у розрізі використання проаналізованих у підрозділі 2.2 процедур випадкового пошуку. З цією метою попередньо усі обчислення за формулою (2.3) - оцінювання якості поточного наближення оцінок параметрів та за формулами (2.10)-(2.19) - формування поточного наближення оцінок параметрів різними процедурами випадкового пошуку представлено виконанням однотипних операцій: множення та додавання. Також для дослідження обчислювальної складності обох складових ітерації випадкового пошуку прийнято такі умови:

1) при дослідженні обчислювальної складності за формулою (2.3) обрано лінійними базисні функції ІДМ, тобто не враховано обчислювальні витрати на формування базисних функцій;

2) для обчислення кількості операцій формування поточного наближення оцінок параметрів ІДМ у формулах (2.12) та (2.14)

задано P=1, оскільки для кожного значення p необхідно обчислювати одне значення функції мети.

Позначимо кількість операцій множення при оцінювання якості поточного наближення оцінок параметрів, тобто при обчисленні значення функції мети $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ по формулі (2.3) за $Nmul_F$, а додавання - за $Nadd_F$. Зауважимо, що усі операції для обчислення значення функції мети виконуються за правилами інтервальної арифметики, на відміну від формул для обчислення поточного наближення оцінок вектора параметрів ІДМ.

Введемо також позначення кількості операцій множення та додавання при формуванні поточного наближення оцінок параметрів у процедурах випадкового пошуку:

1) з лінійною тактикою - $Nmul_{P1}$ та $Nadd_{P1}$;

2) по найкращій спробі - $Nmul_{P2}$ та $Nadd_{P2}$;

3) із використанням направляючого конуса - $Nmul_{P3}$ та $Nadd_{P3}$;

4) із адаптацією розподілу випадкового кроку - $Nmul_{P4}$ та $Nadd_{P4}$

У результаті проведеного аналізу формул (2.3) та (2.10)-(2.19) отримано емпіричні залежності кількості операцій множення та додавання від кількості m параметрів ІДМ, її порядку d та кількості $N=(I-d)\times(J-d)\times(H-d)\times(K-d)$ інтервальних даних. Результати проведених досліджень наведено у таблиці 2.2.

Як бачимо із таблиці 2.2, кількість операцій і множення і ділення для обчислення одного значення функції мети за виразом (2.3) залежить від добутку кількості m параметрів в ІДМ і кількості N інтервальних даних, що використовують для ідентифікації. Тим часом як кількість операцій для формування поточного наближення оцінок параметрів ІДМ для усіх процедур випадкового пошуку залежить лінійно тільки від кількості m параметрів в ІДМ і не залежить від кількості інтервальних даних.

Таблиця 2.2 – Результати аналізу складності обчислень значення функції мети та формування поточного наближення оцінок параметрів ІДМ

Кількість операцій для обчислення одного значення функції мети за виразом (2.3)		Кількість операцій для формування поточного наближення оцінок параметрів ІДМ							
		Випадковий пошук із лінійною тактикою		Випадковий пошук по найкращій спробі		Випадковий пошук із використанням направляючого конуса		Випадковий пошук із адаптацією розподілу випадкового кроку	
$Nmul_F$	$Nadd_F$	$Nmul_{P1}$	$Nadd_{P1}$	$Nmul_{P2}$	$Nadd_{P2}$	$Nmul_{P3}$	$Nadd_{P3}$	$Nmul_{P4}$	$Nadd_{P4}$
$N\times(2m+15)$	$N\times(4\cdot m-1)$	$\le 9\cdot m+4$	$\le m-1$	$9\cdot m+4$	$m-1$	$12\cdot m+4$	$5\cdot m-1$	$11\cdot m+4$	$3\cdot m-1$

Окрім цього спостерігаємо не значну відмінність у кількості операцій множення (складніших для реалізації на ЕОМ по відношенню до операцій додавання) при формуванні поточного наближення оцінок параметрів ІДМ для усіх процедур випадкового пошуку: від «менше» $\le 9\cdot m+4$ - для випадкового пошуку із лінійною тактикою, до $12\cdot m+4$ - для випадкового пошуку із використанням направляючого конуса. Зважаючи, що на практиці $N>>m$, тобто кількість інтервальних даних, необхідних для ідентифікації суттєво переважає кількість параметрів ІДМ, відповідно справджуються емпіричні співвідношення:

$$Nmul_F / Nmul_{P3} = \frac{N\cdot(2\cdot m+15)}{12\cdot m+4} >> 1 \text{ та} \qquad (2.20)$$

$$Nadd_F / Nadd_{P3} = \frac{N\cdot(4\cdot m-1)}{5\cdot m-1} >> 1.$$

Звідси можна зробити висновок, що обчислювальна складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ в основному визначається загальною кількістю N_F обчислень функції мети, складність якої на кожній ітерації визначається кількістю множень $Nmul_F$ та додавань $Nadd_F$.

Графіки, наведені на рисунку 2.6, ілюструють залежність відношень $Nmul_F / Nmul_{Pi}$ та $Nadd_F / Nadd_{Pi}$ від значення *N-n* для усіх зазначених вище процедур випадкового пошуку і підтверджують справедливість співвідношень (2.20). Так, із рис. 2.6 а) бачимо, що відношення між кількісними оцінками для операцій множення, наприклад для різницевого оператора з двома параметрами (*m*=2) із кількістю інтервальних даних *N*=10 складає: від $Nmul_F / Nmul_{P3}$=6,78 - для випадкового пошуку із використанням направляючого конуса; до $Nmul_F / Nmul_{P1}$= 8,63 - для пошуку із лінійною тактикою.

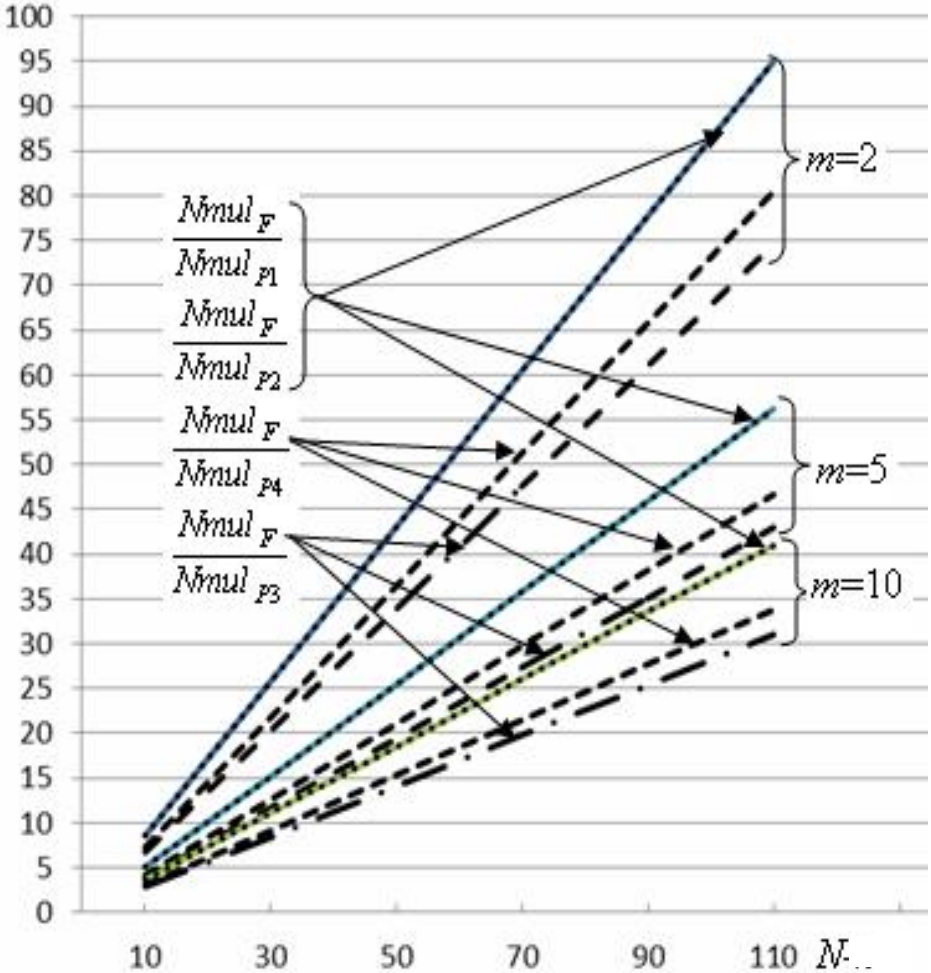


Рис. 2.6. (а) – Графік залежності відношення складності обчислень функції мети та формування поточного наближення оцінок параметрів ІДМ від кількості інтервальних даних для усіх процедур випадкового пошуку: для операцій множення

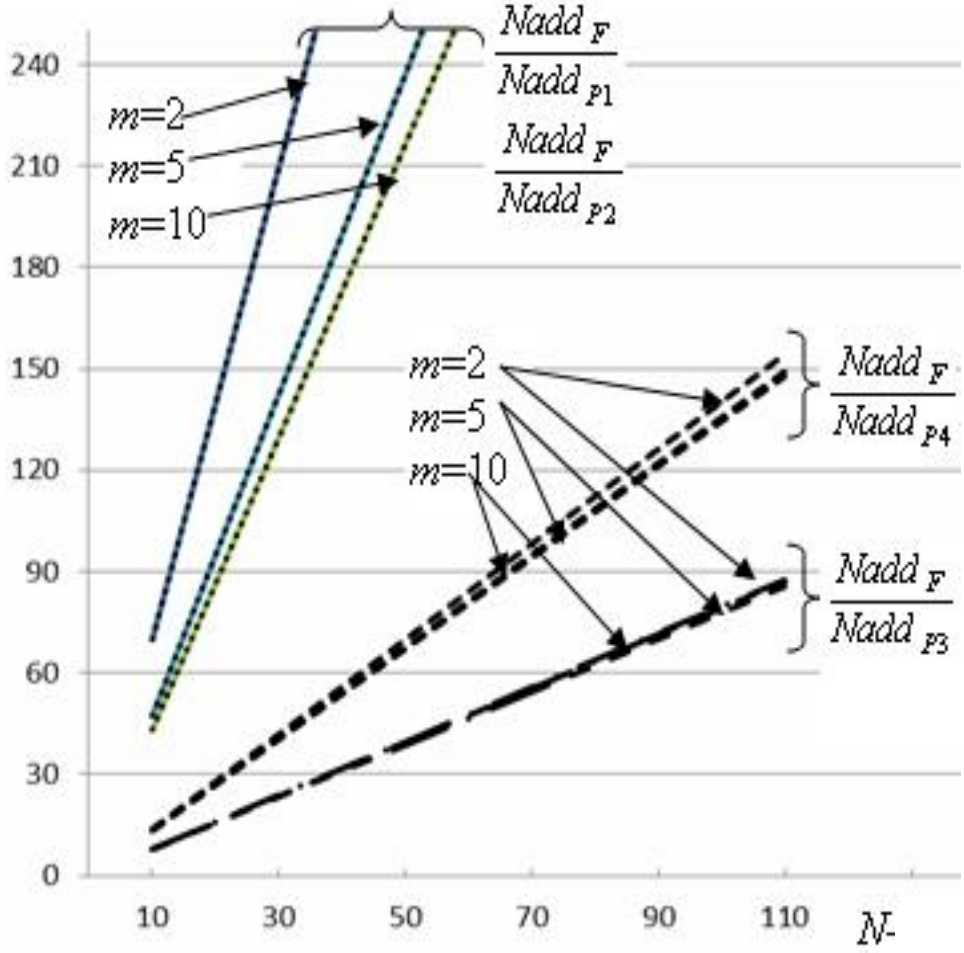


Рис. 2.6. (б) – Графік залежності відношення складності обчислень функції мети та формування поточного наближення оцінок параметрів ІДМ від кількості інтервальних даних для усіх процедур випадкового пошуку: для операцій додавання

Аналогічно для операцій додавання (рис. 2.6 б), відношення між кількісними оцінками коливаються: від $Nadd_F / Nadd_{P3}$=7,77 - для випадкового пошуку із використанням направляючого конуса; до $Nadd_F / Nadd_{P1}$= 70 - для пошуку із лінійною тактикою.

Із рис. 2.6. також бачимо, якщо кількість параметрів ІДМ та кількість інтервальних даних збільшувати, то значення відношення між кількістю операцій на обчислення функції мети та формування поточного наближення параметрів ІДМ збільшуються для усіх процедур випадкового пошуку. Так, коли m=10 та N=110, то відношення між кількістю операцій множення для обчислення одного значення функції мети та кількістю операцій для формування

поточного наближення оцінок параметрів ІДМ коливаються: від $Nmul_F / Nmul_{P3}$= 31,05 - для пошуку із використанням направляючого конуса; до $Nmul_F / Nmul_{P1}$= 40,95 - для пошуку із лінійною тактикою, що набагато більше ніж у попередньому прикладі. Аналогічна ситуація спостерігається для операцій додавання.

Зважаючи на встановлені вище закономірності можемо зробити такі узагальнюючі висновки:

- для оцінки обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації ІДМ найбільш обґрунтовано використовувати показник N_F кількості обчислень значення функції мети під час реалізації ітераційної процедури випадкового пошуку оптимальних параметрів;
- обчислювальна складність методу параметричної ідентифікації ІДМ залежить від добутку кількості *m* параметрів в ІДМ на кількість *N* інтервальних даних, що використовують для ідентифікації, а також лінійно зростає при збільшені *N* для фіксованої кількості параметрів *m* ІДМ.

Зауважимо, що теоретичне мінімальне значення показника N_F співпадає з кількістю ітерацій, тобто N_F=*L*. Для цього випадку функція мети $\delta(\bar{\bar{g}})$ мала б бути лінійною, що звичайно ж не відповідає практиці.

Тепер дослідимо вплив виду процедури випадкового пошуку (із лінійною тактикою, із використанням направляючого конуса, по найкращій спробі, із адаптацією розподілу випадкового кроку) на обчислювальну складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ. Враховуючи складність поверхні, яку задано функцією мети $\delta(\bar{\bar{g}})$ в задачі (2.4) параметричної ідентифікації ІДМ, цей вплив можна дослідити виключно на конкретних прикладах. За основу таких досліджень було вибрано три приклади розв’язування задач параметричної ідентифікації відповідних математичних моделей:

- процесу поширення концентрацій окису вуглецю на прямолінійній ділянці вулиці;
- процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках;
- полів концентрацій викидів автотранспортом діоксиду азоту.

Задача 1. Параметрична ідентифікація математичної моделі процесу поширення концентрацій окису вуглецю *CO* в однорідному середовищі внаслідок рівномірного руху транспортного потоку з постійною потужністю викидів. Вказану задачу описано в п. 2.1. Користуючись даними таблиці 2.1 та загальним виглядом різницевого оператора (2.8) сформульовано оптимізаційну задачу у вигляді (2.4). В результаті розв'язування цієї задачі отримано ІДМ у такому вигляді:

$$[\hat{v}_j^-;\hat{v}_j^+] = \hat{g}_1 \cdot [\hat{v}_{j-1}^-;\hat{v}_{j-1}^+] + \hat{g}_2 \cdot ([\hat{v}_{j-2}^-;\hat{v}_{j-2}^+] - [\hat{v}_{j-1}^-;\hat{v}_{j-1}^+]),\ j = 2,...,10\ , \quad (2.21)$$

де $[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+] \subset [52{,}25;57{,}75]$, $[\hat{v}_1^-;\hat{v}_1^+] \subset [44{,}65;49{,}35]$, $\hat{g}_1 = 0{,}8897; \hat{g}_2 = -0{,}0261$.

У таблиці 2.3 наведено результати оцінювання обчислювальної складності з допомогою N_F кількості обчислень значення функції мети під час реалізації методу параметричної ідентифікації вищезазначеної моделі із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів.

Таблиця 2.3 - Результати оцінювання обчислювальної складності N_F реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі процесу поширення концентрацій окису вуглецю

Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із лінійною тактикою	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку по найкращій спробі	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку	Ідентифікація на основі існуючого методу
N_F	N_F	N_F	N_F	N_F
21456	15763	13389	15987	23789

Як бачимо, найбільш ефективним для зазначеної задачі із заданою інтервальною дискретною моделлю другого порядку (2.8), є метод параметричної ідентифікації з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого косинуса. Якщо

обчислювальну складність існуючого алгоритму прийняти за 1, то для розглянутої задачі застосування процедури випадкового пошуку із використанням направляючого конуса забезпечує зниження обчислювальної складності у 23789/13389= 1,78 раз. Також із таблиці бачимо, що обчислювальна складність існуючого алгоритму параметричної ідентифікації ІДМ (N_F=23789 ітерацій) є вищою ніж реалізація цього методу із будь-якою процедурою випадкового пошуку з вищезазначених, відповідно N_F = 13389÷21456 ітерацій.

Задача 2. Параметрична ідентифікація математичної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках.

Суть задачі полягає у параметричній ідентифікації макромоделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння твердих органічних побутових відходів в біогазових установках із використанням мезофільних бактерій [65]. Як відомо, в процесі такого бродіння утворюється біогаз та відброджений субстрат. У праці [65] показано, що вищезазначений процес зручно описувати диференціальними рівняннями Моно. Процес накопичення біогазу в газгольдері біогазової установки описують таким рівнянням:

$$y_k = [y_{\max}] \cdot (v_0 - v_k) / v_0 \qquad (2.22)$$

де y_k - відносна маса біогазу, накопиченого на *k*- тій дискреті процесу бродіння;

$[y_{\max}] = [10;20] \cdot v_0$ - максимальна питома маса метану, яка ураховує інтервал виходу [10;20] $дм^3$ біогазу на 1$дм^3$ субстрату, залежно від вмісту глюкози в органічних речовинах;

v_0, v_k - початкова та залишкова маса органічних відходів в реакторі біогазової установки на *k* - тій дискреті процесу бродіння.

Динаміку залишкової маси органічних відходів в реакторі біогазової установки в процесі бродіння опишемо нелінійною дискретною моделлю другого порядку:

$$v_k = v_{k-1} - h \cdot g_1 \cdot v_{k-1} \cdot (1 + h \cdot (g_2 \cdot v_{k-2} - g_3)) / (g_4 + v_{k-1}) . \qquad (2.23)$$

У формулі, яка задає загальний вигляд дискретної моделі (2.23), h –означає крок дискретизації.

Зауважимо, що вираз (2.23), який задає загальний вигляд різницевого оператора, отримано у спосіб дискретизації системи із двох рівнянь Моно, наведених у праці [65], за схемою Ейлера з подальшим перетворенням цієї системи до різницевого оператора другого порядку.

Процес бродіння спостерігався на протязі 57 днів з кількістю дискрет $k = 0,...,19$. Результати спостережень за даним процесом наведено в таблиці 2.4.

В таблиці 2.4 прийнято такі позначення: t - означає часову дискрету з інтервалом 3 дні; $[z_k]=[z_k^-;z_k^+]$ - інтервальні оцінки виміряної із 7% похибкою концентрації органічних побутових відходів у реакторі, приведеної до одиниці об'єму.

Користуючись даними таблиці 2.5 та загальним виглядом дискретної моделі (2.23) сформулюємо оптимізаційну задачу у вигляді (2.4). При цьому за початкові умови покладемо інтервальні оцінки з відхиленнями в межах $\pm 1\%$ маси завантажених в реактор побутових відходів $[\hat{v}_{k=0}]$ та $[\hat{v}_{k=1}]$, обрані згідно з даними таблиці 2.4 (перші дві стрічки для k=0 та k=1).

В результаті розв'язування цієї задачі методами параметричної ідентифікації ІДМ із застосуванням процедур випадкового пошуку отримано нелінійну ІДМ у такому вигляді:

$$[\hat{v}_k]=[\hat{v}_{k-1}]-h\cdot\hat{g}_1\cdot[\hat{v}_{k-1}]\cdot(1+h\cdot(\hat{g}_2\cdot[\hat{v}_{k-2}]-\hat{g}_3))/(\hat{g}_4+[\hat{v}_{k-1}]),\ k=2,\ldots,19, \quad (2.24)$$

де $[\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]=[((z_0^-+z_0^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1-0{,}01);((z_0^-+z_0^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1+0{,}01);]\subset[9{,}3;10{,}7]$; $[\hat{v}_1^-;\hat{v}_1^+]=[((z_1^-+z_1^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1-0{,}01);((z_1^-+z_1^+)\cdot 0{,}5)\cdot(1+0{,}01);]\subset[9{,}42;10{,}41]$; h=0,2; $\hat{g}_1$= 9,798; $\hat{g}_2$=-1,049; $\hat{g}_3$=-6,036; $\hat{g}_4$=7,420.

Спираючись на рівняння (2.22), процес накопичення біогазу в газгольдері біогазової установки описуємо таким рівнянням:

$$[y_k]=[10;20]\cdot([\hat{v}_0^-;\hat{v}_0^+]-[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]),\ k=0,\ldots,19, \quad (2.25)$$

де $[\hat{v}_k^-;\hat{v}_k^+]$ - інтервальна оцінка динаміки залишкової маси органічних відходів, яка моделюється за допомогою ІДМ у вигляді (2.24).

У таблиці 2.5 наведено результати оцінювання обчислювальної складності N_F в процесі реалізації методу параметричної ідентифікації вище зазначеної моделі із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів.

Таблиця 2.4 - Оцінки виміряних концентрацій маси органічних побутових відходів

Номер дискрети, k	Доба, t	z_k^-	z_k^+
0	0,000	9,3	10,7
1	3,000	9,225	10,613
2	6,000	9,130	10,505
3	9,000	9.0131	10.37
4	12,000	8,868	10,204
5	15,000	8,690	9,999
6	18,000	8,473	9,749
7	21,000	8,210	9,447
8	24,000	7,895	9,084
9	27,000	7,521	8,654
10	30,000	7,084	8,151
11	33,000	6,582	7,573
12	36,000	6,015	6,921
13	39,000	5,389	6,201
14	42,000	4,714	5,424
15	45,000	4,004	4,608
16	48,000	3,278	3,773
17	51,000	2,558	2,943
18	54,000	1,862	2,143
19	57,000	1,219	1,404

Очевидно, що в цілому обчислювальна складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ для розглянутої складнішої задачі вища ніж для першої задачі. Проте як і у першому випадку зберігаються виявлені тенденції щодо обчислювальної складності.

Зокрема, найбільш ефективним (в сенсі обчислювальної складності) для зазначеної моделі, заданої нелінійним різницевим оператором другого порядку (2.24), є метод параметричної ідентифікації з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса.

Таблиця 2.5 - Результати оцінювання обчислювальної складності N_F реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках

Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із лінійною тактикою	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку по найкращій спробі	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку	Ідентифікація на основі існуючого алгоритму
N_F	N_F	N_F	N_F	N_F
2456563	1560865	1460261	1904543	3670743

При цьому виграш у порівнянні із існуючим алгоритмом складає 3670743/1460261 = 2,51 раз. Також із таблиці бачимо, що для розглянутої задачі обчислювальна складність існуючого алгоритму параметричної ідентифікації ІДМ (N_F=3670743 ітерацій) є вищою ніж реалізація цього методу із будь-якою процедурою випадкового пошуку з вищезазначених, відповідно N_F= $[1460261 \div 2456563]$ ітерацій.

<u>Задача 3.</u> Параметрична ідентифікація математичної моделі стаціонарного поля концентрацій викидів автотранспортом діоксиду азоту.

Проведемо параметричну ідентифікацію математичної моделі стаціонарного поля концентрацій викидів автотранспортом діоксиду азоту на прикладі центральної частини м. Тернополя [32]. Як відомо [32], засоби вимірювання вказаних концентрацій відзначаються низькою точністю в межах 25-50%. Відповідно для апроксимації

такого поля зручно використати ІДМ. У праці [32] за результатами структурної ідентифікації ІДМ встановлено, що вище зазначене поле концентрацій в приземистому шарі атмосфери (на рівні 1 метра від поверхні землі) можемо описати різницевим оператором у такому загальному вигляді:

$$v_{i,j} = g_1 + g_2 \cdot v_{i,j-1} + g_3 \cdot v_{i,j-2} + g_4 \cdot v_{i-1,j} + g_5 \cdot v_{i-1,j-1} + g_6 \cdot v_{i-1,j-2} + g_7 \cdot v_{i-2,j} + g_8 \cdot v_{i-2,j-1} + g_9 \cdot v_{i-2,j-2} \quad (2.26)$$

де $v_{i,j}$ - концентрація діоксиду азоту в i,j точці приземистого шару атмосфери.

Результати вимірювань концентрацій діоксиду азоту у приземистому шарі атмосфери центральної частини м. Тернополя наведено у таблиці 2.6. Відносна похибка вимірювань спектрофотометра у даному випадку складала 25%. У таблиці 2.6 використано такі позначення: i-дискретне значення координати x з кроком Δx=275 м; j-дискретне значення координати y із кроком Δy=275 м.

Таблиця 2.6 - Виміряні концентрації z_{ij} діоксиду азоту (NO_2) у центральній частині міста Тернополя, мг/дм^3

i \ j	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	0.0150	0.0294	0.0421	0.0419	0.0324	0.0216	0.0200	0.0249	0.0200
1	0.0133	0.0448	0.0606	0.0598	0.0444	0.0242	0.0231	0.0453	0.0400
2	0.0200	0.0566	0.0778	0.0751	0.0603	0.0371	0.0323	0.0570	0.0619
3	0.0401	0.0755	0.0947	0.0919	0.0747	0.0540	0.0462	0.0671	0.0754
4	0.0601	0.0952	0.1075	0.1027	0.0847	0.0644	0.0584	0.0734	0.0806
5	0.0713	0.1076	0.1129	0.1032	0.0850	0.0654	0.0606	0.0736	0.0763
6	0.0682	0.1067	0.1068	0.0921	0.0729	0.0554	0.0515	0.0635	0.0643
7	0.0458	0.0870	0.0850	0.0675	0.0482	0.0334	0.0321	0.0437	0.0447
8	0.0750	0.0423	0.0730	0.0371	0.0255	0.0095	0.0124	0.0233	0.0250

Користуючись даними таблиці 2.6 та загальним виглядом дискретної моделі (2.26) сформулюємо оптимізаційну задачу у вигляді (2.4). При цьому за початкові умови покладемо інтервальні оцінки виміряних концентрацій діоксиду азоту в межах $\pm 25\%$ від значень, наведених у перших двох стрічках та стовпцях таблиці 2.6, тобто для i,j=0,1.

В результаті розв'язування цієї задачі методами параметричної ідентифікації ІДМ із застосуванням усіх досліджуваних процедур випадкового пошуку отримано ІДМ у такому вигляді:

$$[\hat{v}_{i,j}^{-};\hat{v}_{i,j}^{+}]=\hat{g}_1+\hat{g}_2\cdot[\hat{v}_{i,j-1}^{-};\hat{v}_{i,j-1}^{+}]+\hat{g}_3\cdot[\hat{v}_{i,j-2}^{-};\hat{v}_{i,j-2}^{+}]+\hat{g}_4\cdot[\hat{v}_{i-1,j}^{-};\hat{v}_{i-1,j}^{+}]+\hat{g}_5\cdot[\hat{v}_{i-1,j-1}^{-};\hat{v}_{i-1,j-1}^{+}]+$$
$$\hat{g}_6\cdot[\hat{v}_{i-1,j-2}^{-};\hat{v}_{i-1,j-2}^{+}]+\hat{g}_7\cdot[\hat{v}_{i-2,j}^{-};\hat{v}_{i-2,j}^{+}]+$$
$$\hat{g}_8\cdot[\hat{v}_{i-2,j-1}^{-};\hat{v}_{i-2,j-1}^{+}]+\hat{g}_9\cdot[\hat{v}_{i-2,j-2}^{-};\hat{v}_{i-2,j-2}^{+}],\ i=2,\ldots,8,\ j=2,\ldots,8, \qquad (2.27)$$

де $[\hat{v}_{ij}^{-};\hat{v}_{ij}^{+}]\subset[z_{ij}^{-};z_{ij}^{+}]=[z_{ij}-z_{ij}\cdot 0{,}25;z_{ij}+z_{ij}\cdot 0{,}25]$, i=0,1, j=0,1; $\hat{g}_1$= 0,512; $\hat{g}_2$=1,047; $\hat{g}_3$=-0,201; $\hat{g}_4$= 0,338; $\hat{g}_5$=0,238; $\hat{g}_6$=-0,515; $\hat{g}_7$= 0,385; $\hat{g}_8$=-0,851; $\hat{g}_9$=0,447.

У таблиці 2.7 наведено результати оцінювання обчислювальної складності N_F в процесі реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ (2.26) із використанням процедур випадкового пошуку оптимальних параметрів.

Із таблиці 2.7 бачимо, що як і у попередніх двох задачах для третьої найскладнішої задачі зберігаються виявлені тенденції щодо обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ з процедурами випадкового пошуку. Тобто, найбільш ефективним для зазначеної моделі, заданої ІДМ другого порядку (2.27), є метод параметричної ідентифікації з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса. При цьому виграш у порівнянні із існуючим алгоритмом складає 4134612/2845324 = 1,45 раз.

Також із таблиці бачимо, що для розглянутої задачі обчислювальна складність існуючого алгоритму параметричної ідентифікації ІДМ (N_F=4134612 ітерацій) є вищою ніж реалізація

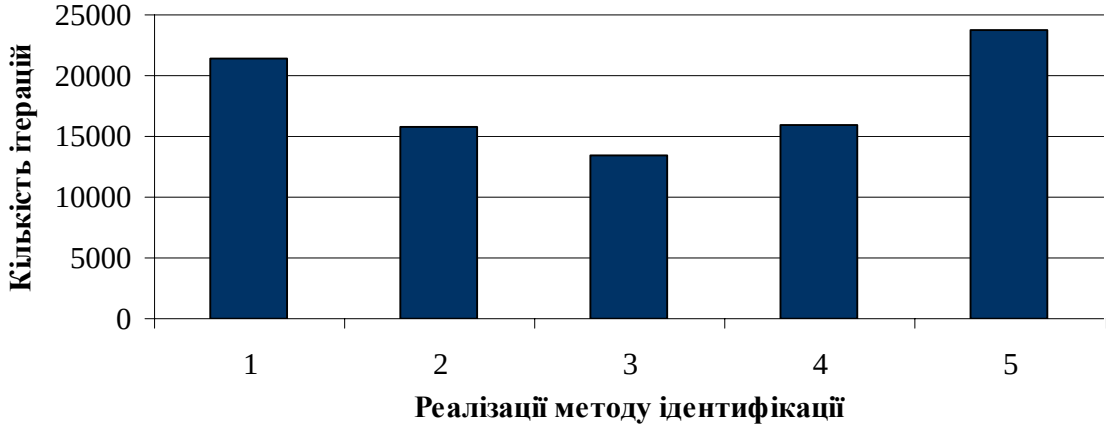
цього методу із будь-якою процедурою випадкового пошуку з вищезазначених, відповідно N_F = [2845324÷3543678] ітерацій.

Таблиця 2.7 - Результати оцінювання обчислювальної складності N_F реалізації методу параметричної ідентифікації математичної моделі стаціонарного поля концентрацій викидів автотранспортом діоксиду азоту

Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із лінійною тактикою	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку по найкращій спробі	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса	Ідентифікація з процедурою випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку	Ідентифікація на основі існуючого алгоритму
N_F	N_F	N_F	N_F	N_F
3543678	3325217	2845324	3134982	4134612

Спираючись на дані таблиць 2.3, 2.5 та 2.7, результати порівняльного аналізу та дослідження обчислювальної складності реалізації існуючого алгоритму параметричної ідентифікації ІДМ та методу із використанням чотирьох вище зазначених процедур випадкового пошуку, зображено на діаграмах рисуноку 2.7. На діаграмах рисунку 2.7 стовпець із номером означає обчислювальну складність реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ, відповідно: 1 - з процедурами випадкового пошуку із лінійною тактикою; 2 - з процедурою випадкового пошуку по найкращій спробі; 3 - з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса; 4 - з процедурою випадкового пошуку із адаптацією розподілу випадкового кроку; 5 – із застосуванням існуючого алгоритму.

Як бачимо, для усіх задач (рис.2.7 а), б), в) найнижчою обчислювальною складністю відзначається реалізація методу параметричної ідентифікації ІДМ з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса. Кількість ітерацій (звертань до процедури обчислення функції мети) у порівнянні із відомою алгоритмічною реалізацією методу знижується від 1,45 раз до 2,51 рази, залежно від розв’язуваної задачі.



а)

б)

в)

Рис. 2.7. – Діаграми обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації із процедурами випадкового пошуку: а) для задачі 1; б) для задачі 2; в) для задачі 3

Отримані результати дають підстави стверджувати, що не залежно від розмірності математичної моделі у вигляді ІДМ та кількості інтервальних даних в наборі для реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ доцільно застосовувати алгоритми з процедурою випадкового пошуку із використанням направляючого конуса у просторі пошуку параметрів.

Важливо також зазначити, що обґрунтована інваріанта (у вигляді показника N_F кількості обчислень значення функції мети під час реалізації ітераційної процедури випадкового пошуку оптимальних параметрів) для оцінки обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації ІДМ у майбутньому забезпечить можливість порівнювати різні алгоритмічні реалізації цього методу.

2.4 Обґрунтування поділу набору інтервальних даних в задачі параметричної ідентифікації інтервальних дискретних моделей

Застосування критерію «заданої точності» (1.21) ІДМ в задачі його параметричної ідентифікації взамін традиційного критерію «мінімізації середньо квадратичного відхилення» призводить до суттєвого підвищення обчислювальної складності розв’язування цієї задачі. В процесі аналізу обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ встановлено, що основною причиною її зростання є зростання кількості інтервальних даних, на підставі яких проводять параметричну ідентифікацію. З іншого боку, зменшення кількості інтервальних даних знижує прогностичні властивості моделі у вигляді ІДМ. За цих обставин в обчислювальній схемі реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ доцільно організувати процедури оперування з частинами усього набору даних, але при цьому забезпечити задану точність ІДМ.

Ідея поділу вибірки експериментальних даних на частини в задачах параметричної ідентифікації моделей не є новою. Зокрема, поділ вибірки даних на частини широко використовують в методах групового урахування аргументів (МГУА) для конструювання критерію регулярності [78]. Проте, в даному випадку зазначений підхід використовують для покращення прогностичних властивостей

математичної моделі. У випадку інтервальних даних, потреба у такому поділі в першу чергу обумовлена суттєвим зростанням обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ при зростанні кількості інтервальних даних у наборі.

Із результатів аналізу обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ, наведених у другому розділі, випливає, що основною причиною її зростання є зростання кількості інтервальних даних, на підставі яких проводять параметричну ідентифікацію. Проте, в процесі аналізу також встановлено, що обчислювальна складність базової, найбільш складної процедури (обчислення значення функції мети) поточної ітерації реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ зростає лінійно від збільшення кількості інтервальних даних. Якщо вказана залежність є лінійною, то в чому ж причина високої складності реалізації методу параметричної ідентифікації? Можна висловити гіпотезу, що ця причина полягає у суттєвому ускладненні поверхні, заданої функцією мети, при збільшені кількості інтервальних даних, що у сукупності призводить до збільшення кількості ітерацій випадкового пошуку і відповідно до суттєвого збільшення кількості звертань до базової процедури - обчислення значень функції мети. Для перевірки вище зазначеної гіпотези розглянемо особливості формування ІСНАР (1.23), складність якої безпосередньо визначає складність оптимізаційної задачі (2.4), тобто складність поверхні, яку задає функція мети (2.2) чи (2.3).

При формуванні ІСНАР (1.23) використовують рекурентну схему, у якій кожне наступне інтервальне рівняння описує умову належності інтервальної оцінки прогнозованого на основі ІДМ значення характеристики до інтервалу оцінок характеристики, отриманого з експерименту для кожної дискрети, тобто $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \subset [z_{i,j,h,k}]$. При цьому у зазначеній схемі відомими є тільки деякі інтервальні оцінки характеристики на певних дискретах, як правило - початкових чи кінцевих.

Для ілюстрації рекурентної схеми формування ІСНАР (1.23) не порушуючи загальності використаємо різницевий оператор із фіксованими координатами простору у такому вигляді:

$$[\hat{v}_{k+1}] = \hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_{k-1}],[\hat{v}_k],\vec{u}_k),\ k = 0,...,K-1. \qquad (2.28)$$

Як бачимо, для отримання прогнозу на основі дискретної моделі (2.28) необхідно на початку задати інтервальні оцінки $[\hat{v}_0],[\hat{v}_1]$ значень прогнозованої характеристики у такий спосіб: $z_0^- \le [\hat{v}_0] \le z_0^+, z_1^- \le [\hat{v}_1] \le z_1^+$.

Розглянемо тепер послідовність формування рівнянь інтервальної системи. Перше, друге та третє рівняння цієї системи матимуть такий вигляд:

$$z_0^- \le [\hat{v}_0] \le z_0^+$$
$$z_1^- \le [\hat{v}_1] \le z_1^+$$
$$z_2^- \le \hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1) \le z_2^+.$$

Для отримання четвертого рівняння використаємо вектор базисних функцій $\vec{f}([\hat{v}_1],[\hat{v}_2],\vec{u}_2)$ із заміною невідомого $[\hat{v}_2]$ на обчислене за таким виразом:

$$[\hat{v}_2] = \hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1).$$

В результаті отримаємо:

$$z_3^- \le \hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}\left([\hat{v}_1], (\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1)), \vec{u}_2 \right) \le z_3^+.$$

Четверте рівняння матиме такий вигляд:

$$z_4^- \le \hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}\Big((\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1)),(\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}\big([\hat{v}_1],(\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1)),\vec{u}_2\big),\vec{u}_3\Big) \le z_4^+$$

Як бачимо із наведеної рекурентної схеми, друге інтервальне рівняння є лінійним за параметрами, а у третьому та четвертому рівняннях виконуються нелінійні перетворення параметрів заданим вектором базисних функцій різницевого оператора, відповідно:

$$\vec{f}\left([\hat{v}_1], (\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1)), \vec{u}_2 \right)$$

та $\vec{f}\left((\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1)), (\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}\left([\hat{v}_1], (\hat{\vec{g}}^T \times \vec{f}([\hat{v}_0],[\hat{v}_1],\vec{u}_1)), \vec{u}_2\right), \vec{u}_3 \right).$

При цьому складність інтервального рівняння, яке описує умову заданої точності ІДМ на кожній дискреті, зростає з «віддаленням» цієї дискрети від початкової. Більше того, ця ІДМ є лінійною за параметрами, проте самі інтервальні рівняння в системі є нелінійними. Ступінь нелінійності інтервального рівняння зростає із віддаленням від початкових дискрет. Отже, чим більше дискретних значень для ідентифікації ІДМ, тим вищий ступінь нелінійності ІСНАР (1.23). Беручи до уваги той факт, що функція мети (2.2) чи (2.3) в задачі параметричної ідентифікації ІДМ, складена на основі усіх рівнянь ІСНАР (1.23), то приходимо до висновку, що збільшення кількості інтервальних даних призводить до підвищення нелінійності функції мети і відповідно до ускладнення «поверхні» в оптимізаційній задачі (2.4). Звідси, - суттєве зростання обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації на основі процедур випадкового пошуку при зростанні кількості інтервальних даних.

З іншого боку, процедури випадкового пошуку при реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ націлені на знаходження хоча б однієї точки у просторі параметрів, яка належить області розв’язків ІСНАР (1.23). Очевидно, що у цьому сенсі оптимізаційна задача (2.4) відрізняється від традиційних задач оптимізації.

На перший погляд наявність множини розв’язків ІСНАР (1.23), кожен із яких є вектором оптимальних параметрів ІДМ, спрощує задачу параметричної ідентифікації. Проте, збільшення кількості інтервальних даних, на підставі яких проводять параметричну ідентифікацію ІДМ, суттєво ускладнює вигляд цієї області, вона стає не опуклою і навіть незв’язаною. Тому єдиним способом пошуку хоча б однієї її точки є процедури випадкового пошуку.

Проілюструємо цей факт на даних прикладу, наведеного у підрозділі 2.1.

У прикладі розглянуто модель поширення концентрацій окису вуглецю *CO*. Структура дискретної моделі в даному випадку задана

виразом (2.8):

$$v_{j+1} = g_1 \cdot v_j + g_2 \cdot (v_{j-1} - v_j),\ j = 1,\dots, L-1.$$

Для ілюстрації рекурентної схеми побудови ІСНАР використаємо перші чотири результати експерименту з інтервальними даними, які виберемо із таблиці 2.1.

Таблиця 2.8. – Інтервальні дані вимірювань концентрацій окису вуглецю

№ дискети	Відстань від дороги	Інтервальні значення концентрації CO
j	x_j, м	$[v_j]=[v_j^-;v_j^+]$, мг/м^3
1	0	[49,5;60,5]
2	10	[42,3;51,7]
3	20	[38,7;47,3]
4	30	[33,3;40,7]

Користуючись наведеною вище рекурентною схемою сформуємо систему інтервальних рівнянь:

$$\begin{cases} 49.5 \le [52.25;57.75] \le 60.5 \\ 42.3 \le [44.65;49.35] \le 51.7 \\ 38.7 \le \hat{g}_1[44.65;49.35] + \hat{g}_2[2.89;13.10] \le 47.3 \\ 33.3 \le \hat{g}_1^2[44.65;49.35] + \hat{g}_1\hat{g}_2[-46.46;-31.54] + \hat{g}_2[44.65;49.35] - \hat{g}_2^2[2.89;13.10] \le 40.7 \end{cases} \quad (2.29)$$

Область розв’язків останнього рівняння визначається «смугами», які утворено парами гіпербол. Для ілюстрації знаходження графічного розв’язку вказаного рівняння необхідно побудувати усі пари гіпербол. Як відомо, гіпербола – це крива, яку описують таким рівнянням:

$$\hat{g}_1^2 a + \hat{g}_1\hat{g}_2 b + \hat{g}_2 c + \hat{g}_2^2 d = e$$

У нашому випадку цю гіперболу розглядатимемо як функцію

$\hat{g}_2(\hat{g}_1)$. Аналізуючи останнє рівняння з ІСНАР (2.29), його розв'язок отримуємо на основі перетину півпросторів, які опишемо такими нерівностями:

1) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2$
2) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2$
3) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2$
4) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2$
5) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2$
6) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2$
7) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2$
8) $33.3 \le 44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2$
9) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2$
10) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2$
11) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2$
12) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2$
13) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2$
14) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2$
15) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2$
16) $33.3 \le 49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2$
17) $44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$
18) $44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$
19) $44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$
20) $44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$
21) $44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$
22) $44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$
23) $44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$
24) $44.65g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$
25) $49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$
26) $49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$
27) $49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$
28) $49.35g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$
29) $49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$

30) $49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 44.65g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$

31) $49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2 \le 40.7$

32) $49.35g_1^2 - 31.54g_1g_2 + 49.35g_2 - 13.10g_2^2 \le 40.7$.

Як бачимо, кожна нерівність визначає напівпростір обмежений гіперболою. Наприклад, напівпростір, заданий нерівністю 3), має межу, яку задано таким рівнянням:

$$44.65g_1^2 - 46.46g_1g_2 + 49.35g_2 - 2.89g_2^2 = 33.3$$

Для побудови цих напівпросторів складали рівняння для знаходження трьох базових точок по яких проходить крива, задана гіперболою, що дало можливість звести задачу побудови однієї гіперболи до розв'язування двох квадратних алгебричних рівнянь.

На рис. 2.8 графічно представлено активні обмеження ІСНАР (2.29) та область оцінок параметрів різницевого оператора (2.8), яку вони визначають, тобто графічний розв'язок цієї ІСНАР.

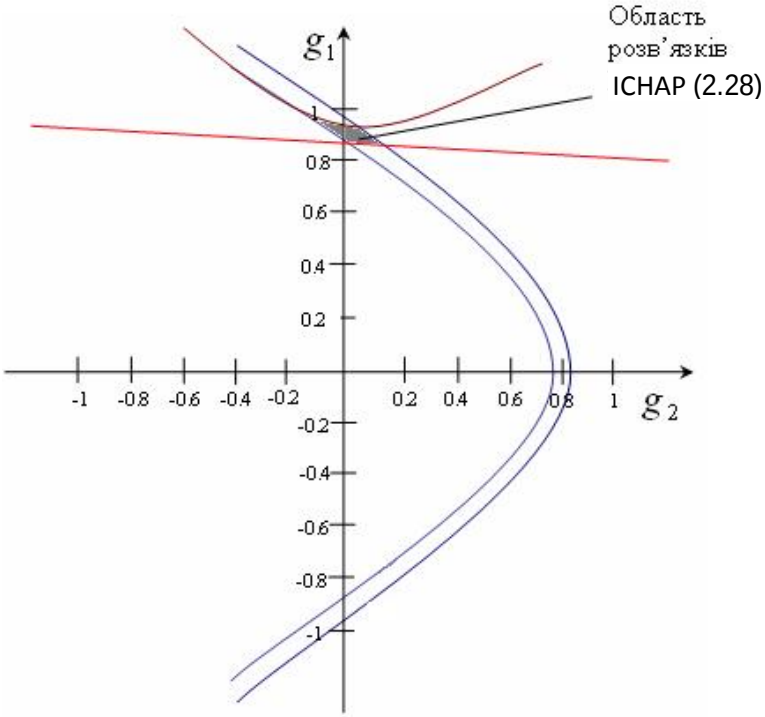


Рис. 2.8. – Область розв'язків ІСНАР (2.28)

Слід зауважити неймовірно високу складність побудови

графічного розв'язку цієї системи. Для знаходження області розв'язків тільки одного нелінійного рівняння цієї ІСНАР довелося скласти 64 обмеження і розв'язати таку ж кількість квадратних рівнянь!

Як бачимо, область оцінок параметрів дискретної моделі є не опуклою, що суттєво ускладнює задачу ідентифікації параметрів.

На рис. 2.9 співставлено область розв'язків лінійного інтервального рівняння ІСНАР (2.29) у вигляді

$$38.7 \le g_1[44.65;49.35] + g_2[2.89;13.10] \le 47.3$$

із загальним розв'язком усієї ІСНАР.

У загальному випадку при ідентифікації параметрів лінійної ІДМ такого типу, лінійне інтервальне рівняння завжди буде у складі ІСНАР. Тому для оцінки області його розв'язків, чи одного розв'язку можна використати процедури лінійного програмування.

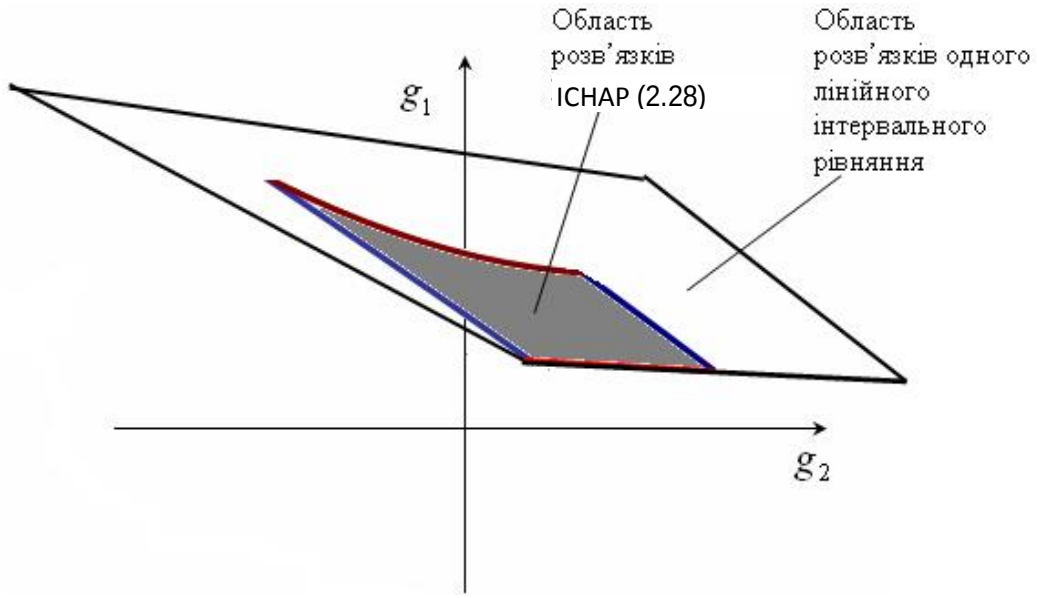


Рис. 2.9. – Співставлення області розв'язків усієї ІСНАР (2.28) із областю розв'язків одного її лінійного інтервального рівняння

Як бачимо із рис. 2.9, область розв'язків цього лінійного інтервального рівняння завжди буде включати область розв'язків усієї ІСНАР. Тому один із розв'язків цього лінійного інтервального

рівняння може слугувати початковим наближенням вектора оцінок $\hat{\bar{g}}_0$ параметрів різницевого оператора в обчислювальних процедурах його ідентифікації.

Наведений приклад наочно ілюструє високу обчислювальну складність отримання області розв'язків ІСНАР, які є векторами оптимальних параметрів ІДМ. Так, тільки для знаходження області розв'язків одного нелінійного рівняння ІСНАР, заданого всього на четвертій дискреті, у достатньо простому прикладі різницевого оператора (2.8) довелося скласти 64 обмеження і розв'язати таку ж кількість квадратних рівнянь. У практичних випадках, коли кількість інтервальних даних зростає, одночасно зростає і нелінійність інтервальних рівнянь ІСНАР, тому стає очевидним, що застосування випадкового пошуку оптимальних параметрів ІДМ є єдино можливим.

Узагальнюючи результати проведених досліджень, констатуємо, що обчислювальна складність розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІДМ, на відміну від ідентифікації цієї моделі при стохастичному підході, суттєво зростає при збільшенні кількості інтервальних даних. Встановлені вище факти загалом спонукають до організації в обчислювальній схемі реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ процедур оперування із частинами із усього набору інтервальних даних.

2.5 Метод та алгоритм параметричної ідентифікації дискретних моделей на основі поділу набору інтервальних даних на основну та перевірочну частини

Зростання обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ за умов великої кількості інтервальних даних в наборі обґрунтовує потребу у процедурі поділу усього набору інтервальних даних на частини з подальшим оперуванням частинами набору. Проте умови забезпечення заданої точності (1.21) моделі у вигляді ІДМ повинні виконуватися для усього набору інтервальних даних.

Користуючись традиційною схемою поділу вибірки даних, прийнятою у методах групового урахування аргументів, будемо

розділяти набір інтервальних даних на дві частини: основну і перевірочну.

Теоретичною підставою такого поділу можна вважати результати, наведені у попередньому підрозділі, а саме, що область розв'язків усієї ІСНАР завжди належить до області розв'язків частини інтервальних рівнянь ІСНАР. З іншого боку, на прикладі у попередньому підрозділі показано, що не всі інтервальні рівняння ІСНАР є активними обмеженнями при формуванні її області розв'язків. Більше того, зі збільшенням кількості інтервальних рівнянь в ІСНАР збільшується частка інтервальних рівнянь, які не впливають або мало впливають на її загальний розв'язок, внаслідок суттєвого зменшення розмірів області розв'язків ІСНАР.

Позначимо кількість інтервальних даних в основній частині набору за $N_O = Io \times Jo \times Ho \times Ko$. Тоді в перевірочній частині залишається відповідно:

$$N_P = (I-d)\times(J-d)\times(H-d)\times(K-d) - Io \times Jo \times Ho \times Ko$$

інтервальних даних.

За цих умов задачу параметричної ідентифікації ІДМ розв'язуватимемо у два етапи. На першому етапі розв'язуємо задачу (2.4) на основній частині набору інтервальних даних, тобто

$$\delta(\hat{\bar{g}}_l) \xrightarrow{\hat{\bar{g}}_l} \min, \qquad (2.30)$$

де функція мети $\delta(\hat{\bar{g}}_l)$ тепер у виразах (2.2) та (2.3) визначена на множині дискретних значень: $i = d,...,I_O$, $j = d,...,J_O$, $h = d,...,H_O$, $k = d,...,K_O$.

Метод параметричної ідентифікації ІДМ з обґрунтованою процедурою випадкового пошуку на основі направляючого конуса забезпечує знаходження послідовності $\hat{\bar{g}}_1$, $\hat{\bar{g}}_2,\ldots,\hat{\bar{g}}_l,\ldots$, оцінок параметрів і відповідної послідовності значень функції мети $\delta(\hat{\bar{g}}_1) > \delta(\hat{\bar{g}}_2) > \ldots > \delta(\hat{\bar{g}}_l) > \ldots > \delta(\hat{\bar{g}}_{l=L} = \hat{\bar{g}} \in \Omega)$, які обчислюємо за виразом (2.2), або (2.3) на основній частині набору інтервальних даних.

Як тільки на поточній ітерації реалізації методу буде знайдена оцінка $\hat{\vec{g}}_{l=L} \in \Omega_O$, яка забезпечує $\delta(\hat{\vec{g}}_{l=L}) = 0$ на основній частині набору інтервальних даних, то необхідно перейти до другого етапу пошуку оптимальних параметрів ІДМ.

Другий етап передбачає аналіз одержаної поточної оцінки параметрів ІДМ на перевірочній частині набору з кількістю N_P інтервальних даних.

Якщо для $\hat{\vec{g}}_{l=L} \in \Omega_O$ виконується умова забезпечення заданої точності ІДМ на перевірочній частині набору інтервальних даних

$$[\hat{v}^-_{i,j,h,k}; \hat{v}^+_{i,j,h,k}] = \vec{f}^T([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}], [\hat{v}_{i-d+1,j-d,h-d,k-d}], \ldots, [\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}], \ldots,$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}], \vec{u}_{i,j,h,0}, \ldots, \vec{u}_{i,j,h,k}) \cdot \hat{\vec{g}}_{l=L} \subseteq [z^-_{i,j,h,k}; z^+_{i,j,h,k}] \; \forall \, i = I_O + 1, \ldots, I,$$
$$\forall \; j = J_O + 1, \ldots, J, \; \forall \, h = H_O + 1, \ldots, H, \; \forall \, k = K_O + 1, \ldots, K, \qquad (2.31)$$

то знайдена оцінка вектора параметрів ІДМ є оптимальною. В протилежному випадку необхідно продовжити пошук іншої оптимальної оцінки параметрів ІДМ на основній вибірці, тобто перейти до першого етапу розв’язування задачі параметричної ідентифікації ІДМ.

Запропонований метод забезпечує зменшення обчислювальної складності в межах однієї ітерації через те, що зменшується кількість інтервальних даних в основній частині набору, для яких обчислюємо значення функції мети. Проте, основний виграш методу з поділом вибірки передбачається внаслідок зменшення кількості ітерацій випадкового пошуку, оскільки в цьому випадку поверхня, яка задана функцією мети, буде суттєво простішою.

Варто зазначити, що почергове оперування піднаборами інтервальних даних у запропонованому методі не змінює класу складності задачі параметричної ідентифікації, тобто вона залишається NP-повною. Тому для дослідження ефективності запропонованого методу необхідно реалізувати обчислювальний експеримент.

Обчислювальний експеримент доцільно реалізувати із використанням створеного спеціалізованого програмного

забезпечення, яке побудоване на основі блок-схемного опису алгоритму.

Розглянемо блок-схему алгоритму, який реалізує два етапи розв'язування задачі параметричної ідентифікації ІДМ на основі поділу набору інтервальних даних на основну та перевірочну частини. Зазначену блок-схему наведено на рис. 2.10.

Блоки 1- 6 на блок-схемі виконують функцію формування інтервальних даних із урахуванням інтервальних похибок в даних експерименту. Такі обчислення можна виконати за формулою (1.8), або відразу сформувати набір інтервальних даних, виходячи із умов забезпечення заданої точності.

Блок 7 – задання початкових умов для реалізації різницевої схеми (1.22), а також початкової структури ІДМ (різницевого оператора) за формулою (1.16) із заданим (блок 9) чи обчисленими (блок 11) векторами параметрів.

Блок 8 встановлює лічильник ітерацій, а блок 13 його модифікує.

Блоки 10 – 17 реалізують етап формування векторів параметрів по аналогії як в удосконаленому за критерієм мінімізації обчислювальної складності методу параметричної ідентифікації ІДМ із використання оптимальної процедури випадкового пошуку на основі направляючого конуса Растригіна та із налаштуванням напрямку пошуку за формулою для вектора пам'яті. Зазначені блоки реалізовано послідовністю формул (2.14) – обчислення поточного наближення вектора параметрів, (2.16) – обчислення вектора пам'яті для першої ітерації, (2.18) – обчислення модифікованого вектора пам'яті для напрямку пошуку.

У блоках 18 – 25 реалізовано етапи: поділу вибірки на основну та перевірочну; обчислення значення функції мети для поточного наближення вектора пам'яті на основній частині набору за формулою (2.30); застосування перевірочної вибірки за формулою (2.31); обчислення поточного наближення вектора параметрів за формулою (2.17); визначення умови завершення обчислювальної процедури.

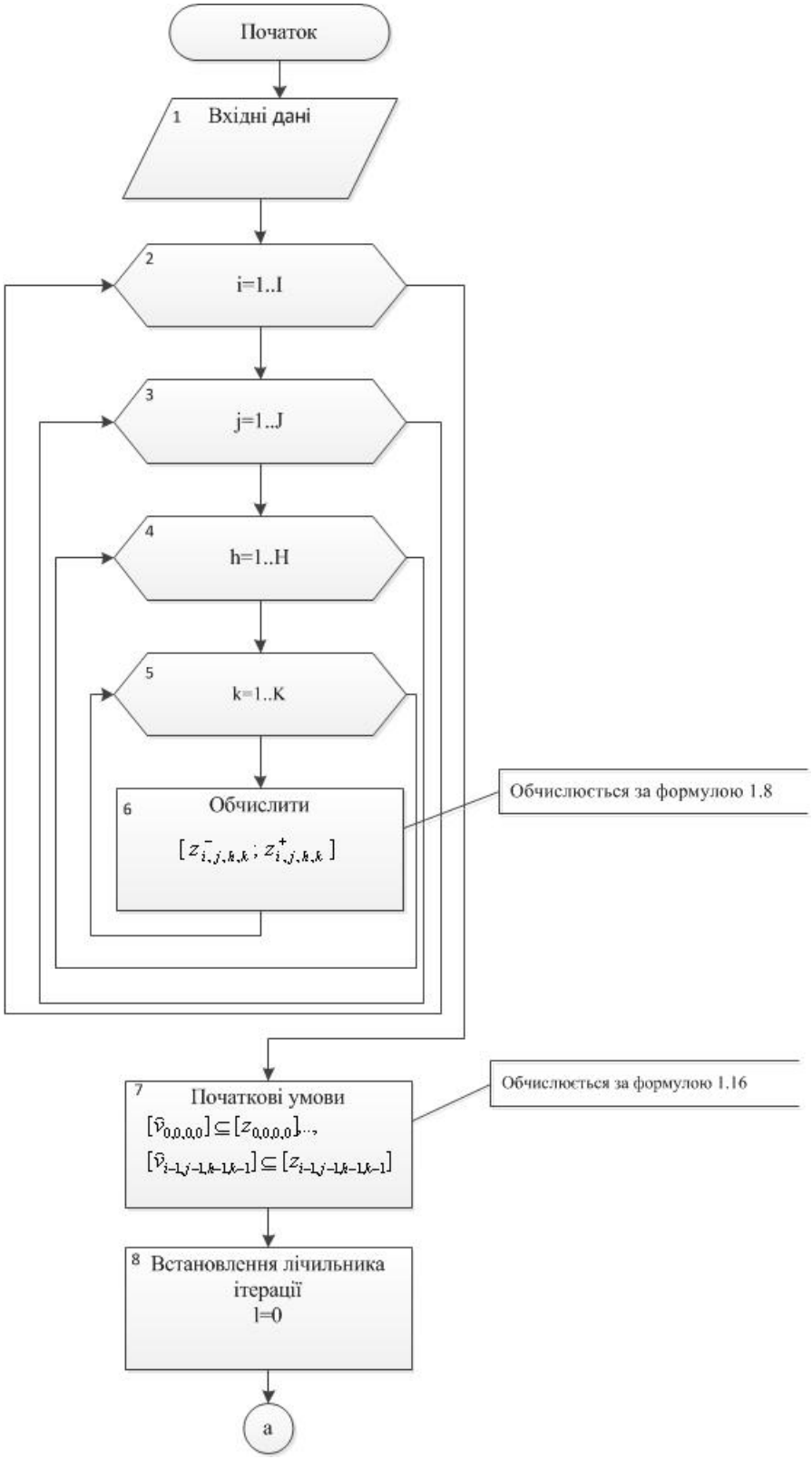
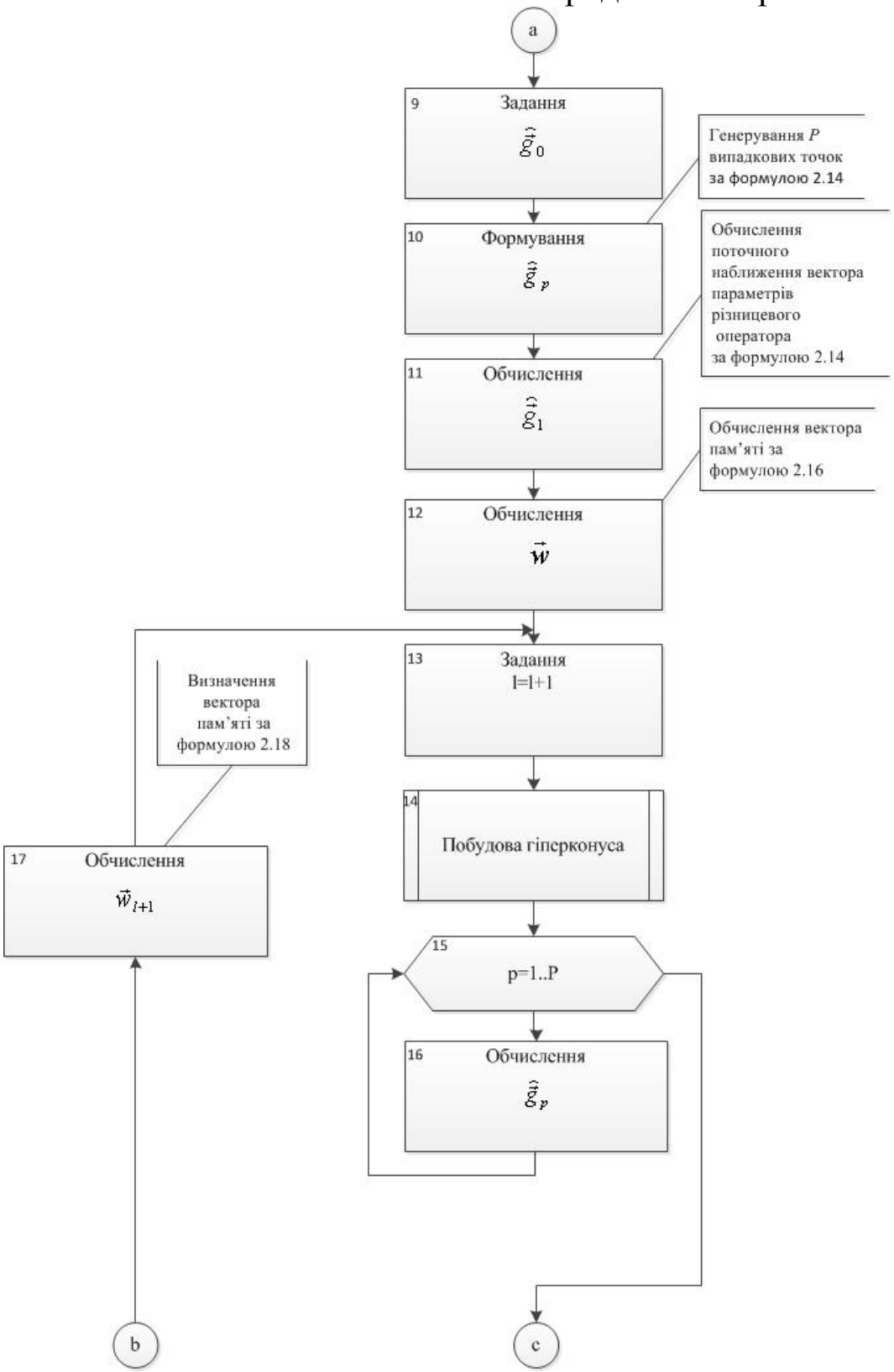
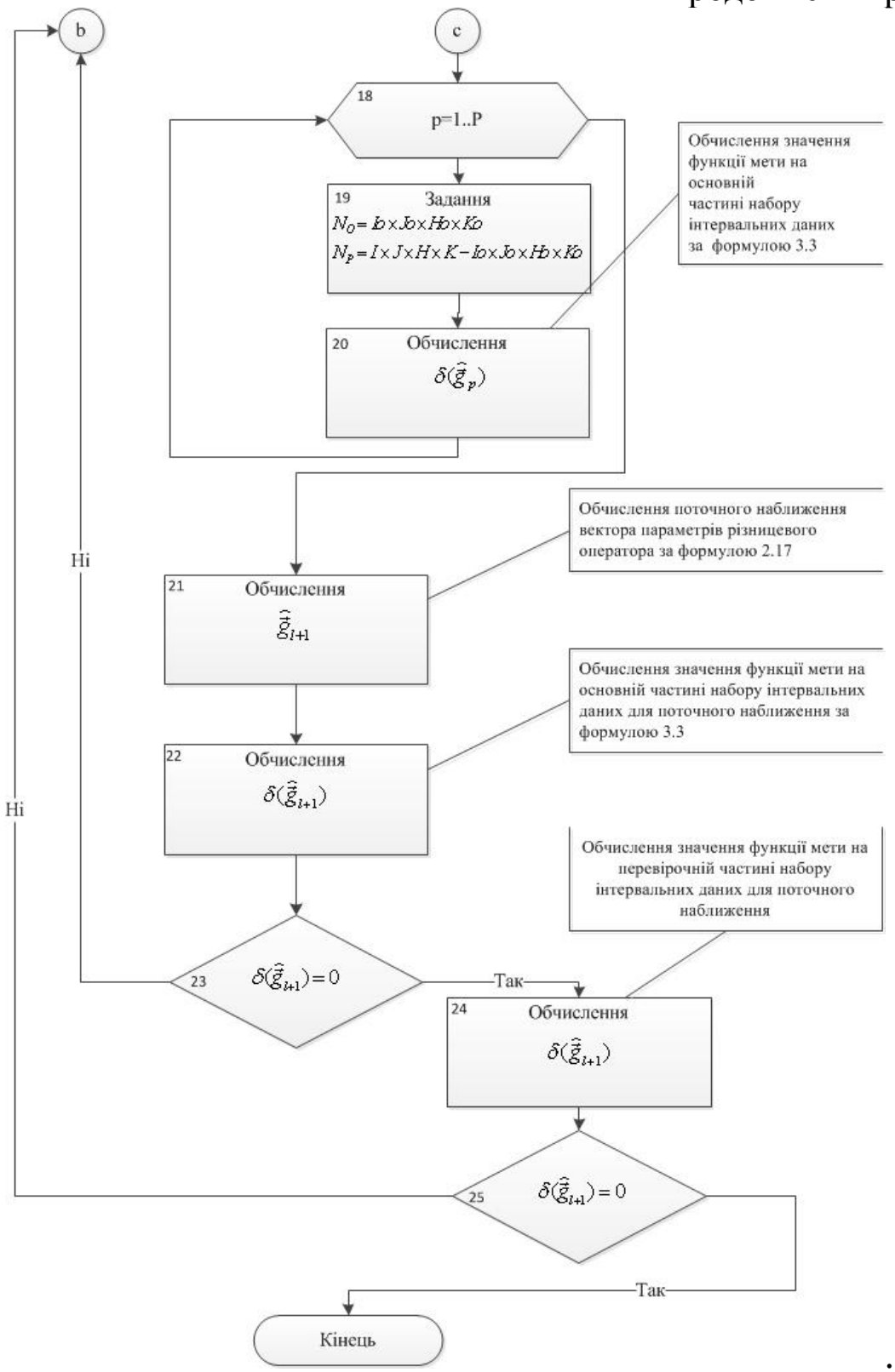


Рис. 2.10. – Блок-схема алгоритму параметричної ідентифікації ІДМ на основі поділу набору інтервальних даних на основну та перевірочну частини

Продовження рис.2.10.



Продовження рис.2.10.



Для реалізації наведеного алгоритму відкритим залишається питання про співвідношення кількості інтервальних даних в основній та перевірочній частинах усього набору. Очевидно, що від цього співвідношення буде залежати обчислювальна складність реалізації методу. Відповідь на зазначене питання спробуємо відшукати у наступному підрозділі.

2.6 Порівняльний аналіз методів параметричної ідентифікації дискретних моделей із застосуванням повного набору інтервальних даних та його поділом на основну та перевірочну частини

Метою дослідження є порівняння часової складності та збіжності базового обчислювального алгоритму параметричної ідентифікації ІДМ та алгоритму реалізації нового методу з поділом вибірки на основну та перевірочну. Важливим також в процесі досліджень є формування рекомендацій щодо співвідношення кількості інтервальних даних в основній та перевірочній частинах усього набору. Як було зазначено вище, почергове оперування піднаборами інтервальних даних згідно з новим методом не змінює класу складності задачі параметричної ідентифікації ІДМ, тобто вона залишається NP-повною. Тому для дослідження ефективності запропонованого методу необхідно провести обчислювальні експерименти із застосуванням конкретних прикладів параметричної ідентифікації макромоделей.

Зважаючи на досвід розв’язування задач параметричної ідентифікації макромоделей у вигляді ІДМ та на результати застосування удосконаленого методу із застосуванням оптимальної процедури випадкового пошуку із використанням направляючого конуса, обчислювальні експерименти побудуємо на тих же задачах, що наведені у підрозділі 2.3.

Отже для дослідження та порівняння часової складності та збіжності базового обчислювального алгоритму параметричної ідентифікації ІДМ та алгоритму реалізації нового методу з поділом набору даних на основну та перевірочну частини розглядаємо такі задачі параметричної ідентифікації:

1) параметрична ідентифікація ІДМ у вигляді різницевого оператора із однією координатою простору, який описує процес поширення концентрацій окису вуглецю на прямолінійній ділянці вулиці із заданою у вузлах точністю;

2) параметрична ідентифікація ІДМ, яка описує процес анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках із заданою точністю у вузлах – часових дискретах;

3) параметрична ідентифікація ІДМ із двома координатами простору, який описує стаціонарне поле концентрацій викидів автотранспортом діоксиду азоту із заданою точністю у вузлах сітки.

З метою формування рекомендацій щодо оптимального співвідношення кількості інтервальних даних в основній та перевірочній частинах усього набору, обчислювальні процедури параметричної ідентифікації ІДМ проводилися із використанням різної кількості інтервальних даних в основній частині із загального набору. Зокрема, для перших двох задач було проведено по три обчислювальних експерименти із такими співвідношеннями кількості інтервальних даних в основній частині по відношенню до загальної кількості інтервальних даних у наборі, відповідно: 40%; 60%; 80%. При цьому основна частина набору у кожному обчислювальному експерименті формувалася із перших 40%, 60%; 80% інтервальних даних, наведених відповідно: для задачі 1 – в таблиці 2.1; для задачі 2 – в таблиці 2.4.

Для третьої задачі, в зв’язку із недостатньою кількістю даних, було проведено два обчислювальних експерименти, де в основній частині по відношенню до загальної кількості інтервальних даних у наборі, було, відповідно 60% та 80% інтервальних даних.

Окрім цього результати проведених обчислювальних експериментів було співставлено із результатами досягнутої обчислювальної складності удосконаленим методом параметричної ідентифікації ІДМ, які наведено у підрозділі 2.3. Як і у підрозділі 2.3, за показник обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації обрано показник N_F кількості обчислень значення функції мети під час реалізації ітераційної

процедури випадкового пошуку оптимальних параметрів.

У таблиці 2.9 наведено результати обчислювальних експериментів під час реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ, який описує процес поширення концентрацій окису вуглецю на прямолінійній ділянці вулиці (задача 1).

Таблиця 2.9 – Результати обчислювальних експериментів реалізації методу параметричної ідентифікації макромоделі процесу поширення концентрацій окису вуглецю на прямолінійній ділянці вулиці (задача 1)

Алгоритм удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІДМ без поділу набору даних	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 40%	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 60%	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 80%
N_F	N_F	N_F	N_F
13389	11984	9732	13223

Як бачимо із таблиці 2.9, поділ набору даних на основну та перевірочну частину та роздільне оперування цими частинами при розв’язуванні задачі параметричної ідентифікації моделі для першої задачі, заданої ІДМ другого порядку (2.8) дає можливість знизити обчислювальну складність методу. Слід зауважити, що при цьому достатній ефект досягається тільки для випадку «правильного» поділу усього набору інтервальних даних на основну та перевірочну частини.

Якщо обчислювальну складність удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІДМ (із оптимальною процедурою випадкового пошуку на основі направляючого конуса), але без поділу набору даних прийняти за 1, то для розглянутої задачі

застосування алгоритму реалізації запропонованого методу з поділом набору інтервальних даних забезпечує зниження обчислювальної складності, максимум у 13389/9732 = 1,375 разів. При цьому кількість інтервальних даних в основній частині по відношенню до загальної кількості інтервальних даних у наборі складає 60%. При неправильному поділі усього набору інтервальних даних, коли кількість інтервальних даних в основній частині по відношенню до загальної кількості складає 80% ефективність запропонованого методу майже повністю втрачається: 13389/13223=1,012 разів.

В процесі обчислювального експерименту також встановлено, що зменшення частки інтервальних даних в основній частині набору по відношенню до 60% також призводить до зниження ефективності запропонованого методу. Так, коли зазначена частка складає 40%, то ефективність запропонованого методу зменшиться і становитиме 13389/11984=1,117 разів.

Наступну серію обчислювальних експериментів проводили для задачі 2. Зазначену задачу детально описано у п. 2.3.

У таблиці 2.10 наведено результати обчислювальних експериментів під час реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ, який описує процес анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках із заданою точністю (задача 2).

Як бачимо із таблиці 2.10, як і у випадку попередньої задачі, поділ набору даних на основну та перевірочну частину та роздільне оперування цими частинами при розв’язуванні задачі параметричної ідентифікації нелінійної дискретної моделі другого порядку (2.23) дає можливість знизити обчислювальну складність методу.

Для розглянутої задачі, застосування алгоритму та програмної реалізації запропонованого методу з поділом набору інтервальних даних на дві частини, забезпечує зниження обчислювальної складності, максимум у 1460261/1132456 = 1,29 разів, що дещо менше ніж у випадку задачі 1.

Як і у попередньому випадку найкращого результату досягнуто, коли кількість інтервальних даних в основній частині складає 60%.

Таблиця 2.10 – Результати обчислювальних експериментів реалізації методу параметричної ідентифікації макромоделі процесу анаеробного мікробіологічного бродіння в біогазових установках (задача 2)

Алгоритм удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІДМ без поділу набору даних	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 40%	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 60%	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 80%
N_F	N_F	N_F	N_F
1460261	1301329	1132456	1449834

При поділі усього набору інтервальних даних, коли кількість інтервальних даних в основній частині по відношенню до загальної кількості складає 80%, ефективність запропонованого методу суттєво знижується і становить всього 1460261/1449834 = 1,007 разів.

Аналогічна ситуація, як і для попередньої задачі буде у випадку зменшення частки інтервальних даних в основній частині набору по відношенню до 60%. В процесі обчислювального експерименту при розв’язуванні задачі 2 встановлено, коли частка в основній частині набору складає 40%, то ефективність запропонованого методу зменшиться по відношенню до найкращого випадку і становитиме 1460261/1301329 = 1,122 разів.

Завершальну серію обчислювальних експериментів проводили для задачі 3. Ця задача, як відомо з підрозділу 2.3, є задачею параметричної ідентифікації ІДМ (з двома координатами на площині), яка описує стаціонарне поле концентрацій викидів автотранспортом діоксиду азоту в приземистому шарі атмосфери із заданою точністю у вузлах рівномірної сітки.

У проведеній серії експериментів задача 3 виявилася найскладнішою з точки зору обчислень.

Структуру лінійної дискретної моделі для задачі 3 задано виразом (2.26). Інтервальні дані наведено у таблиці 2.6. Повний набір даних включає 81 спостереження.

Як зазначено вище, для задачі 3, було проведено усього два обчислювальних експерименти, де в основній частині по відношенню до загальної кількості інтервальних даних у наборі, було, відповідно: близько 60% та близько 80% з усіх інтервальних даних.

Для задачі 3 не має сенсу організовувати експеримент, коли в основній частині 40% інтервальних даних з усього набору, оскільки такої частки достатньо (з невеликим надлишком) тільки для задання початкових умов для реалізації різницевої схеми.

У таблиці 2.11 наведено вихідні дані для обох обчислювальних експериментів. Для першого обчислювального експерименту основна частина набору (близько 60% інтервальних даних) відмічена затемненим тоном клітинок у таблиці 2.11. Для другого обчислювального експерименту основна частина набору інтервальних даних (близько 80%), розміщена у клітинках із жирними межами. Інтервальні дані концентрацій діоксиду азоту отримано із урахуванням 25% відносної похибки вимірювань спектрофотометром. Номери клітинок означають дискретні координати на площині.

У таблиці 2.12 наведено результати обчислювальних експериментів під час реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ зі структурою, яку задано виразом (2.26). Результати ідентифікації представлено ІДМ у вигляді (2.27).

Як бачимо із таблиці 2.12, як і у випадку попередніх двох задач, поділ набору даних на основну та перевірочну частину при розв’язуванні задачі параметричної ідентифікації моделі, заданої лінійною ІДМ (лінійним різницевим оператором другого порядку) (2.26) дає можливість знизити обчислювальну складність реалізації методу.

Таблиця 2.11 – Вихідні данні для обчислювальних експериментів задачі 3 (інтервальні дані концентрацій $[z_{ij}^{-}; z_{ij}^{+}]$ діоксиду азоту (NO_2) у центральній частині міста Тернополя, мг/дм^3 у точках сітки з дискретними координатами *i*, *j*)

i \ *j*	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	[11,3;18,8]	[22,1;36,8]	[31,6;52,6]	[31,4;52,4]	[24,3; 40,5]	[16,2; 27]	[15;25]	[18,7;31,1]	[15;25]
1	10;16,6]	[33,6;56]	[45,5;75,8]	[44,9;74,8]	[33,3;55,5]	[18,2;30,3]	[17,3;28,9]	[34;56,6]	[30;50]
2	[15;25]	[42,5;70,8]	[58,4 97,3]	[56,3;93,9]	[45,2;75,4]	[27,8;46,4]	[24,2;40,4]	[42,8;71,3]	[46,4;77,4]
3	[30,1;50,1]	[56,6;94,4]	[71;118,4]	[68,9;11,49]	[56;93,4]	[40,5;67,5]	[34,7;57,8]	[50,3;83,9]	[56,6;94,3]
4	[45,1;75,1]	[71,4;119]	[80,6;135]	[77;128,4]	[63,5;106]	[48,3;80,5]	[43,8;73]	[55,1;91,8]	[60,5;101]
5	[53,5;89,1]	[80,7;135]	[84,7;142]	[77,4;129]	[63,8;107]	[49,1;81,8]	[45,5;75,8]	[55,2;92]	[57,2;95,4]
6	[51,2;85,3]	[80;133,4]	[80,1;134]	[69,1;115]	[54,7;91,1]	[41,6;69,3]	[38,6;64,4]	[47,6;79,4]	[48,2;80,4]
7	[34,4;57,3]	[65,3;109]	[63,8;106]	[50,6;84,4]	[36,2;60,3]	[25,1;41,8]	[24,1;40,1]	[32,8;54,6]	[33,5;55,9]
8	[56,393,8]	[31,7;52,9]	[54,8;91,3]	[27,8;46,4]	[19,1;31,9]	[7,1;11,9]	[9,3;15,5]	[17,5;29,1]	[18,8;31,3]

Таблиця 2.12 – Результати обчислювальних експериментів реалізації методу параметричної ідентифікації макромоделі стаціонарного поля концентрацій викидів автотранспортом діоксиду азоту (задача 3)

Алгоритм удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІДМ без поділу набору даних	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 60%	Алгоритм реалізації нового методу з поділом набору інтервальних даних: основна частина - 80%
N_F	N_F	N_F
2845324	2202763	2621621

Для розглянутої задачі, застосування алгоритму реалізації запропонованого методу з поділом набору інтервальних даних забезпечує зниження обчислювальної складності, максимум у 2845324/2232763= 1,292 разів. Як і у попередніх двох проведених експериментах, найкращий результат досягнуто, коли кількість інтервальних даних в основній частині по відношенню до загальної кількості інтервальних даних у наборі складає близько 60%. При поділі набору інтервальних даних, коли кількість інтервальних даних в основній частині по відношенню до загальної кількості складає 80%, ефективність запропонованого методу знижується, проте не настільки, як у попередніх випадках і становить 2845324/2621621= 1,085 разів. Тобто виграш у зазначеному випадку становить 8,5%.

На рис. 2.11. зображено діаграму, яка узагальнює результати, наведені у таблицях 2.9, 2.10, 2.12 і відображає ефективність запропонованого методу параметричної ідентифікації із поділом набору інтервальних даних на основну та перевірочну частину. При цьому показник ефективності визначено як відношення показника обчислювальної складності N_F удосконаленого методу параметричної ідентифікації ІДМ (із оптимальною процедурою випадкового пошуку на основі направляючого конуса), але без поділу набору інтервальних даних на цей же показник для реалізації методу параметричної ідентифікації із поділом набору інтервальних даних на основну та перевірочну частину.

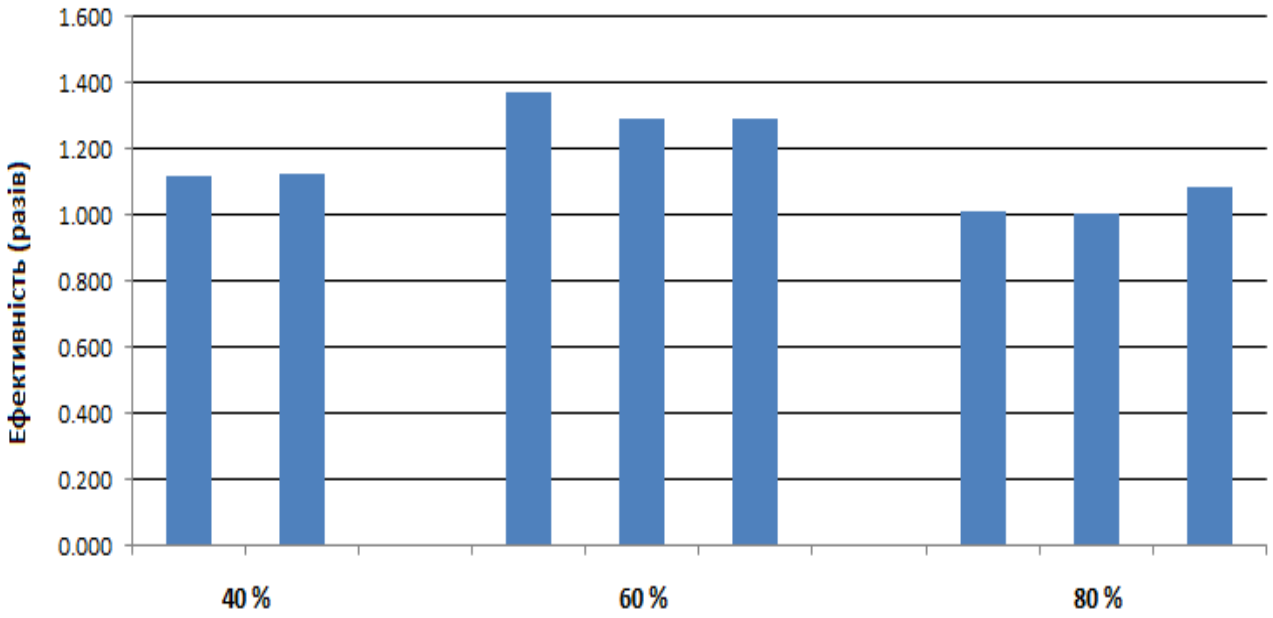


Рис. 2.11. – Ефективність запропонованого методу параметричної ідентифікації із поділом набору інтервальних даних на основну та перевірочну частину

Значення показника ефективності нового методу обчислено для реалізацій цього методу із різними співвідношеннями кількості інтервальних даних в основній частині (40%; 60%; 80%) по відношенню до кількості інтервальних даних у повному наборі та у розрізі трьох розглянутих задач.

На діаграмі по осі абсцис позначено співвідношеннями кількості інтервальних даних в основній частині: 40%; 60%; 80%. У кожному стовпці цифрою позначено номер задачі.

Як бачимо із рисунка 2.11, найбільшої ефективності у сенсі обчислювальної складності досягнуто при реалізації запропонованого методу, коли обсяг інтервальних даних в основній частині набору складав 60%, відповідно: для задачі 1 – 1,375; для задачі 2 – 1,29; для задачі 3 – 1,292.

Проведені дослідження показали, що обсяг інтервальних даних в основній частині набору у відношенні 60% від повного набору даних може слугувати орієнтиром для розв’язування задач параметричної ідентифікації ІДМ із застосуванням методу поділу набору інтервальних даних на основну та перевірочну частини.

ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ

У розділі монографії розглянуто властивості функції мети в задачі параметричної ідентифікації інтервальних дискретних динамічних моделей, зокрема показано, що ця функція є дискретною і не має аналітичного представлення. Обґрунтовано вираз для обчислення значень функції мети, який забезпечує отримання її нульового значення у точках глобальних мінімумів.

Показано основні причини низької ефективності процедур випадкового пошуку в методі параметричної ідентифікації лінійних інтервальних дискретних динамічних моделей, а саме: нелінійність залежності між значенням функції мети та вектором оцінок параметрів моделі, наявність «розривів», локальних «піків» та «впадин» на поверхні заданій функцією мети, особливо при наближенні до області оптимальних параметрів. Наведено кількісний показник для оцінки обчислювальної складності реалізації методу параметричної ідентифікації ІДМ з процедурами випадкового пошуку. Показано, що цим показником є кількість обчислень значення функції мети під час реалізації ітераційної процедури випадкового пошуку оптимальних параметрів. Встановлено найефективнішу за критерієм обчислювальної складності процедуру випадкового пошуку оптимальних параметрів в методі ідентифікації інтервальних дискретних динамічних моделей, якою є процедура з використанням направляючого конуса.

Описано новий метод параметричної ідентифікації інтервальних дискретних динамічних моделей, який за рахунок поділу набору усіх інтервальних даних на основну і перевірочну частини та послідовного використання цих частин в задачі ідентифікації, відзначається нижчою обчислювальною складністю реалізації у порівнянні із існуючими методами. Проведено дослідження на прикладах застосування двох методів: із використанням повної вибірки даних та із розділенням вибірки на основну та перевірочну частини. На основі проведених обчислювальних експериментів встановлено, що ефективність методу із поділом вибірки залежить від способу поділу набору інтервальних даних та наведено рекомендації для оптимізації цього поділу.

РОЗДІЛ 3. СТРУКТУРНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ НА ОСНОВІ МЕТОДІВ РОЙОВОГО ІНТЕЛЕКТУ В УМОВАХ ІНТЕРВАЛЬНОЇ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

У першому розділі розглянуто задачу структурної ідентифікації ІДМ. Зазначена задача є складною, оскільки відноситься до класу NP-повних. Огляд методів розв'язування цієї задачі показав, що їх ефективність залежить від наявного в них ступеня самоорганізації та адаптації. Такі властивості мають методи, побудовані на аналогії поведінки біологічних систем, зокрема, на принципах розмноження популяції (генетичних алгоритмах), поведінкових моделях мурашиної колонії чи колонії медоносних бджіл. У загальній схемі реалізації усіх ройових алгоритмів виділяємо такі основні етапи: ініціалізацію популяції агентів алгоритму; переміщення агентів алгоритму на основі певного, відомого набору правил, у такий спосіб, щоб наблизитися до екстремуму функції мети, яка описує якість поточних агентів популяції; завершення процедури за певної умови, чи перехід на наступний цикл.

Для розв'язування задач структурної ідентифікації ІДМ об'єктів з розподіленими параметрами, через їх особливу складність, запропоновано використовувати поведінкові моделі колонії медоносних бджіл.

Логіка побудови даного розділу така. Спочатку розглянуто суть поведінкових моделей колонії медоносних бджіл. Потім сформульовано теоретичні основи методу структурної ідентифікації ІДМ на підставі поєднання властивостей поведінкових моделей бджолиної колонії та аналізу інтервальних даних. У наступній частині цього розділу розкрито суть методу структурної ідентифікації ІДМ та його обчислювальної схеми. У завершальній частині розділу наведено результати, отримані авторами останнім часом, які стосуються запропонованого методу структурної ідентифікації і розкривають суть процедур розширення простору пошуку оптимальних структур.

Теоретично доведено, що застосування принципів роєвого інтелекту в методах розв'язування задач структурної ідентифікації ІДМ забезпечує зниження обчислювальної складності їх реалізації.

3.1 Поведінкова модель бджолиної колонії та її біологічне підґрунтя

Бджоли – це високоорганізований вид комах, адже їм притаманна властивість спільно організовувати та ефективно проводити пошук їжі, води, житла тощо. Загальновідомо, що колонія медоносних бджіл функціонує за принципом розподілу обов'язків, відповідно до приналежності тієї чи іншої особини до певної касти у колонії. Водночас, кожній робочій бджолі відведена своя роль: одні будують воскові стільники, збирають нектар, переробляють його у мед, інші годують матку, охороняють гніздо, регулюють процес природного роїння тощо.

У живій природі із вулика спочатку вилітає у випадковому напрямку певна кількість бджіл-розвідників для пошуку нових джерел нектару. Варто зауважити, що в процесі пошуку їжі в залежності від рельєфу місцевості медоносна бджола може долати відстань до 14 км. Знайшовши «якісне» джерело їжі, бджоли повинні зафіксувати своє місцезнаходження стосовно вулика та подолати зворотний шлях. Повернувшись до вулика, бджоли–розвідники інформують інших дорослих робочих бджіл про знайдені ними джерела нектару.

Спілкування між особинами бджолиної колонії відбувається за допомогою «бджолиних танців» [163]. У вулику бджола-розвідник починає «танцювати», повідомляючи решті про напрямок та відстань до джерела їжі, а також про кількість знайденого нектару. Однак бджоли розпізнають джерело їжі, про яке їх повідомила бджола-розвідник, не тільки за інформацією, отриманою із танцю, а й за запахом, який вони чують від «танцівниці».

Отже, коли бджола-розвідник повертається у вулик, вона ділиться знайденим нектаром з іншими особинами та після цього починає танцювати на вертикальній поверхні сот. Варто зазначити, що у вулику бджоли «танцюють» лише в тому випадку, якщо виявлене ними джерело їжі відрізняється високими цінніснимиякостями, у протилежному ж бджола обирає одну з двох альтернатив – залишитися у вулику та чекати на інформацію від інших особин чи продовжити випадковий пошук джерел нектару. Бджоли визначають цінність джерел нектару за відстанню від вулика і за якістю їжі в

порівнянні з їжею з інших джерел [188]. Чим далі знаходиться їжа від вулика, тим солодшою вона повинна бути, щоб змусити бджолу ділитися інформацією, тобто «танцювати», таким чином мобілізуючи інших особин для пошуку їжі в певному напрямку.

Варто зазначити, що за різні характеристики джерела їжі відповідають різні елементи «бджолиного танцю». Після «бджолиного танцю» в окіл кращих джерел їжі летять бджоли із вулика, водночас, чим якісніше джерело їжі, тим більше туди летить бджіл [219]. Важливо зазначити, що мобілізовані бджоли на основі інформації, отриманої із «танцю», дістаються саме в окіл джерела їжі (точку, віддалену від знайденого джерела нектару в радіусі 5-6 метрів), а далі бджоли переходять на інший спосіб пошуку, тобто за кольором та запахом, про що свідчать результати експериментів, описані у статті [219].

Після того як мобілізовані бджоли знайшли місцезнаходження джерела їжі, вони збирають нектар та повертаються у вулик, де також можуть почати «танцювати». Ділянки, на яких джерело нектару вичерпалося, медоносні бджоли покидають. Бджоли-розвідники знову відлітають для пошуку нових джерел їжі, після цього процес повторюється.

Розглянуте біологічне підґрунтя організації колективного пошуку та забезпечення їжею колонії медоносних бджіл дає можливість виділити основні компоненти поведінкової моделі та встановити між ними відповідні зв’язки. Схему взаємозв’язку компонентів поведінкової моделі бджолиної колонії подано на рис. 3.1.

Усіх бджіл колонії, котрі займаються пошуком джерел їжі, умовно поділяють на три групи [202]:

- *робочі бджоли* (проводять пошук їжі в околі вже відомих джерел нектару та інформують бджіл-дослідників про якість досліджуваних джерел);

- *бджоли-дослідники* (знаходяться у вулику, де отримують інформацію від робочих бджіл, після цього летять у пошуках нектару в окіл знайдених робочими бджолами джерел їжі);

- *бджоли-розвідники* (здійснюють випадковий пошук нових джерел нектару).

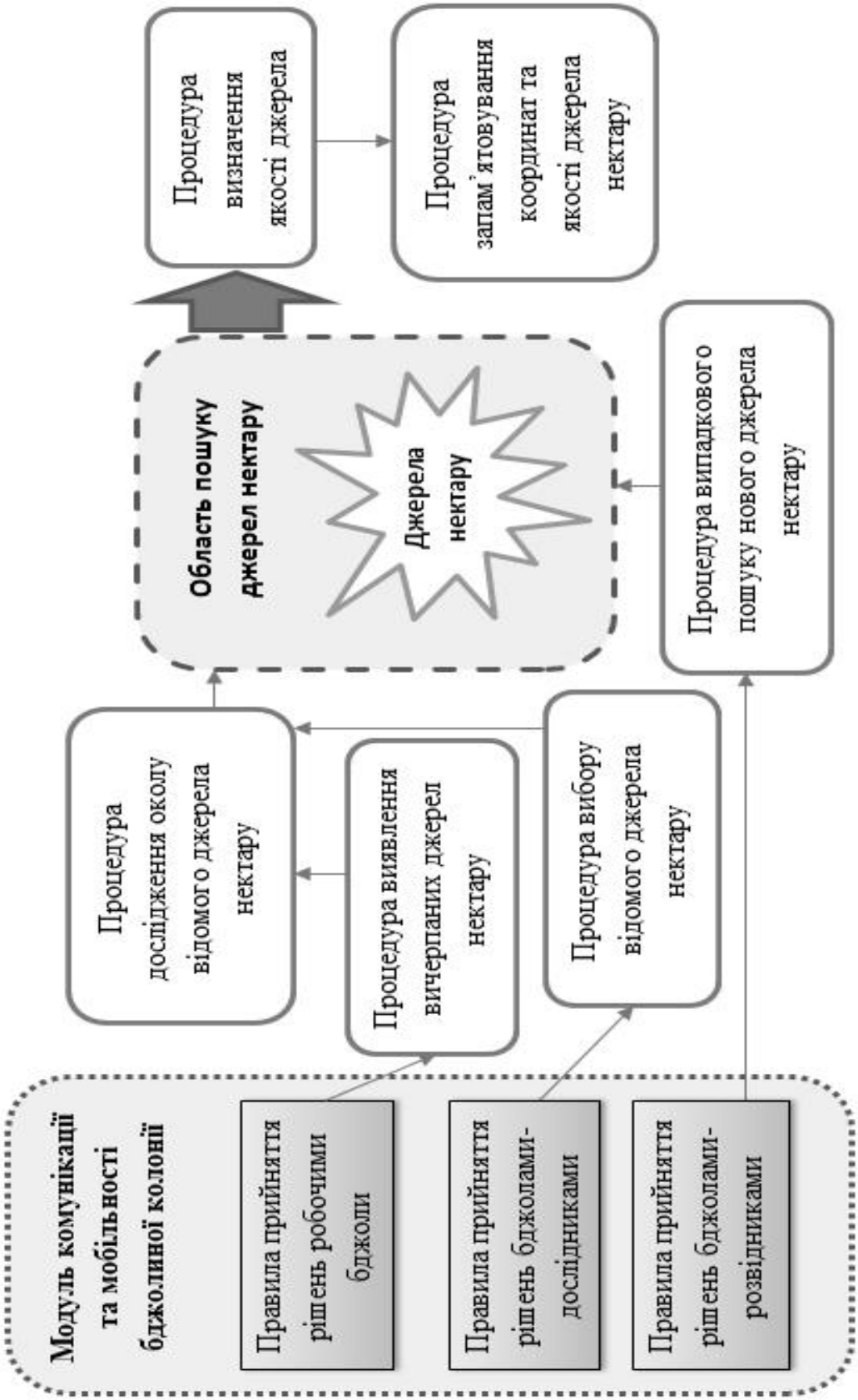


Рис. 3.1. – Схема взаємозв'язку компонентів поведінкової моделі бджолиної колонії

Розглянемо детальніше процедури та модулі поведінкової моделі бджолиної колонії. Процедура виявлення вичерпаних джерел нектару реалізує механізм прийняття рішення робочою бджолою про те, чи досліджуване нею джерело є вичерпаним. У випадку, якщо відоме джерело ще не вичерпане, то далі відбувається виклик процедури дослідження околу відомого джерела нектару. Ця процедура реалізує політ бджоли в окіл відомого джерела нектару для його дослідження із подальшим викликом процедур визначення та запам'ятовування його місцезнаходження і якості.

Процедура вибору відомого джерела нектару бджолами-дослідниками означає наступне: на основі інформації, отриманої із танців робочих бджіл, бджоли-дослідники, обирають відоме джерело нектару, в окіл якого вони полетять.

Насправді біологічні механізми, на основі яких бджола-дослідник приймає рішення летіти за тою чи іншою робочою бджолою, досліджені недостатньо, однак вважають, що кількість «завербованих» бджіл-дослідників, із математичної точки зору, завжди є функцією від якості джерела нектару [188]. Це означає, що в окіл «кращих» джерел нектару летить більше бджіл-дослідників, а в окіл «гірших» може не полетіти жодна.

Процедура випадкового пошуку нового джерела нектару реалізує політ бджіл-розвідників у випадковому напрямку для пошуку нових джерел нектару, з подальшим викликом процедур визначення та запам'ятовування його якості і місцезнаходження. Процедура запам'ятовування місцезнаходження та якості джерела нектару для робочих бджіл відтворює механізм прийняття рішення про те, яке із джерел нектару потрібно запам'ятати – знайдене у околі чи раніше відоме. Робоча бджола зафіксовує координати «кращого» джерела нектару. Модуль комунікації та мобільності бджіл колонії забезпечує передачу інформації між бджолами колонії та мобільність бджіл між різними групами. Мобільність бджіл означає можливість переходу бджоли з однієї групи в іншу. Наприклад, якщо робоча бджола прийняла рішення про те, що досліджуване нею джерело нектару є вичерпаним, то вона переходить у групу бджіл-розвідників. Правила прийняття рішень різними групами бджіл визначають кількісні критерії, на основі яких бджоли обирають, яку процедуру виконати наступною.

Тепер доцільно встановити основні аналогії між поведінковою моделлю і основними процедурами методу структурної ідентифікації математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ. Зокрема, у контексті задачі структурної ідентифікації ІДМ означемо: *поведінку бджоли* при виборі місцезнаходження джерела нектару безпосередньо реалізує сам алгоритм синтезу поточної структури ІДМ; *область пошуку нектару* – множина всіх можливих структур ІДМ з відомими оцінками компонентів вектора параметрів $\hat{\bar{g}}$; *окіл джерела нектару* – множина структур ІДМ, що можуть бути згенеровані на основі поточної, шляхом часткової заміни її структурних елементів; *місцезнаходження джерела нектару* – поточна структура ІДМ λ_s; *якість джерела нектару* визначається значенням функції мети $\delta(\lambda_s)$ для поточної структури ІДМ λ_s, яке задає точність математичної моделі, побудованої на основі поточної структури λ_s.

Структуру ІДМ λ_s задаємо у вигляді деякого набору структурних елементів із множини *F*, як показано у виразі (1.28). Введемо десяткове кодування структур ІДМ для зручності оперування ними. Тому множину всіх структурних елементів (базисних функцій) *F*, згенеровану для реалізації методу структурної ідентифікації, формуємо у вигляді упорядкованого набору, елементи якого пронумеровано як показано у табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Множина всіх структурних елементів

№	Структурний елемент
1	f_1 (•)
2	f_2 (•)
…	…
L-1	f_{L-1} (•)
L	f_L (•)

Таким чином кожному структурному елементу із множини *F* можна поставити у відповідність його порядковий номер із табл. 3.1. Тоді поточну структуру ІДМ λ_s будемо задавати у вигляді набору $\{ N_1, N_2, \ldots, N_{m_s} \}$, де *N* – номер структурного елемента із табл. 3.1.

Введемо оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$, який здійснює перетворення структури ІДМ у вигляді (1.20), відповідно до *процедури дослідження околу відомого джерела нектару* робочими бджолами. У контексті задачі структурної ідентифікації це означає, що на поточній ітерації застосування методу структурної ідентифікації потрібно на основі кожної з поточних структур математичної моделі λ_s, які задають місцезнаходження відомих джерел нектару, згенерувати по одній «новій» $\lambda_s^{'}$, які задаватимуть точки в околі цих джерел їжі. Варто зазначити, що згадана «нова» структура означає окіл джерела нектару, тому має бути «близькою» до первинної структури ІДМ λ_s. Таки чином, оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ здійснює перетворення множини координат місцезнаходженя джерел нектару в координати місцезнаходження їх в околі, тобто здійснює перетворення множини поточних структур ІДМ Λ_{mcn}, згенерованих на ітерації алгоритму mcn у множину структур ІДМ Λ'_{mcn}.

Генеруємо таку «нову» структуру $\lambda_s^{'}$ шляхом заміни випадковим чином частини елементів поточної λ_s. Заміну частини елементів здійснюємо за наступним правилом: чим гірша структура λ_s, тим більшу кількість її структурних елементів потрібно замінити.

Введемо показник n_s, який визначає кількість замінюваних елементів у поточній структурі ІДМ λ_s, у залежності від її якості в межах поточної множини структур Λ_{mcn}. Потрібно зауважити, що в контексті задачі структурної ідентифікації кількість структурних елементів у шуканій структурі ІДМ є не відомою. Однак, відповідно до постановки задачі, наведеної у першому розділі монографії, відомими є межі інтервалу $[I_{\min}; I_{\max}]$, що задають, відповідно, мінімальну та максимальну кількість структурних елементів у поточній структурі ІДМ λ_s.

Це означає, що структури ІДМ, отримані на поточній ітерації застосування методу, можуть мати різну кількість елементів. Тому при обчисленні кількості елементів n_s, які необхідно замінити, враховуємо як якість поточної структури λ_s у межах усієї поточної множини так і кількість її елементів m_s.

Далі проводимо заміну визначеної кількості структурних елементів n_s поточної структури ІДМ λ_s. Елементи поточної

структури, які потрібно замінити, обираємо випадковим чином. Кодування структурних елементів, як уже зазначалося, здійснюємо на основі порядкових номерів структурних елементів із усієї множини структурних елементів *F*. Водночас номери елементів, які будемо заміняти у поточній структурі ІДМ λ_s, визначаємо випадковим чином. Далі аналогічно обираємо структурні елементи з множини всіх структурних елементів *F* та здійснюємо заміну.

Наприклад, нехай поточну структуру ІДМ λ_s задає набір порядкових номерів структурних елементів {5, 7, 12, 14, 22}, потужність множини структурних елементів *L*=25, а кількість елементів поточної структури, які потрібно замінити $n_s = 2$. Тоді випадковим чином обираємо елементи поточної структури λ_s, які необхідно замінити, наприклад «7» та «12», а також елементи з множини *F* «16», «20», на які будемо їх заміняти.

Далі проводимо заміну, внаслідок чого отримуємо «нову» структуру $\lambda_s^{'}$, задану набором {5, 16, 20, 14, 22}. Отримана «нова» структура ІДМ $\lambda_s^{'}$ у контексті поведінкової моделі бджолиної колонії задає координати точки в околі відомого джерела нектару.

У контексті задачі структурної ідентифікації математичної моделі, *процедура визначення якості джерела нектару* означає проведення етапу параметричної ідентифікації структури ІДМ λ_s та визначення її якості на основі виразів (1.30) та (1.31), тобто обчислення для неї значення функції мети $\delta(\lambda_s)$.

Далі введемо оператор попарної селекції $D_1(\lambda_s, \lambda_s')$ «кращої» із структур ІДМ λ_s та $\lambda_s^{'}$ за значеннями функції мети, відповідно до *процедури запам'ятовування місцезнаходження та якості джерела нектару* для робочих бджіл. Оператор $D_1(\lambda_s, \lambda_s')$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур ІДМ $\Lambda^1{}_{mcn}$ із поточних множин Λ_{mcn}, Λ'_{mcn}. Таким чином, отримуємо множину структур ІДМ першого ряду формування $\lambda_s^1 \in \Lambda^1{}_{mcn}$, $s = 1 \ldots S$.

Введемо показник R_s, який, з математичної точки зору, означає кількість структур, які будуть згенеровані на основі s-ї структури із множини $\Lambda^1{}_{mcn}$, відповідно до *процедури вибору відомого джерела*

нектару бджолами-дослідниками. Зазначений показник R_s у контексті поведінкової моделі бджолиної колонії означає кількість бджіл-дослідників, які обрали відоме джерело-нектару з координатами λ_s^1.

Його значення обчислюватимемо на основі такого припущення: кількість бджіл-дослідників, що летить в окіл джерела нектару, про яке повідомила робоча бджола, прямо пропорційно залежить від його якості.

Розглянемо приклад для обчислення показника R_s, спираючись на дані таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 – Вихідні дані для обчислення показника R_s

Номер поточної структури ІДМ, λ_s^1	Значення функції мети, $\delta(\lambda_s^1)$	Кількість «нових» структур, R_s
1	0,1	2
2	0,12	2
3	0,4	0
4	0,5	0

Кількість робочих бджіл задаємо кількістю структур, наявних на поточній ітерації реалізації методу, тобто чотирьох. Кількість структур, які повинні бути згенеровані на їх основі, тобто кількість бджіл-дослідників, також чотири. Для структур «1» та «2» необхідно згенерувати по дві «нових» структури, оскільки значення функції мети $\delta(\lambda_s^1)$, обчислені для них, є дуже близькими та найменшими із отриманих для усієї множини структур. Для структур «3» та «4» не буде згенеровано «нових» структур, адже вони є значно «гіршими».

Варто зазначити, що розподіл бджіл у популяції задаємо наступним чином: робочі бджоли – 50% популяції; бджоли-дослідники – 50%.

Введемо оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$, який здійснює перетворення структури ІДМ у вигляді (1.20) відповідно до *процедури дослідження околу відомого джерела нектару* бджолами-

дослідниками. У контексті поведінкової моделі бджолиної колонії, процедура польоту до відомого джерела нектару означає політ бджіл-дослідників в окіл відомих джерел їжі.

Оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ означає перетворення кожної структури λ_s^1 з множини структур $\Lambda^1{}_{mcn}$ першого ряду формування, згенерованих на ітерації алгоритму mcn, у множини структур ІДМ Λ'_s(де $s = 1 \ldots S$) у спосіб заміни випадковим чином n_s елементів кожної структури λ_s^1, елементами із множини структурних елементів *F*.

Введемо оператор погрупової селекції $D_2(\lambda_s^1, \Lambda'_s)$ «кращої» структури ІДМ із λ_s^1 та множини $\Lambda'_s = \{\lambda_1 \ldots \lambda_r \ldots \lambda_{Rs}\}$ за значеннями функції мети, відповідно до *процедури запам'ятовування місцезнаходження та якості джерела нектару* для бджіл-дослідників.

Оператор погрупової селекції $D_2(\lambda_s^1, \Lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур ІДМ $\Lambda^2{}_{mcn}$ із поточних множин Λ^1_{mcn} та Λ''_{mcn} у спосіб селекції структур ІДМ λ_s^2 за показниками якості, де $\Lambda''_{mcn} = \{\Lambda'_1 \cup \Lambda'_2 \ldots \cup \ldots \Lambda'_s \ldots \cup \Lambda'_S\}, s = 1 \ldots S.$. Таким чином отримуємо множину структур ІДМ другого ряду формування $\Lambda^2{}_{mcn}$.

Структури ІДМ λ_s^2 другого ряду формування на наступній ітерації застосування методу задають місцезнаходження відомих джерел нектару $\Lambda^2{}_{mcn}$, за якими закріплені робочі бджоли популяції.

Введемо лічильник $Limit_s$ для кожної поточної структури ІДМ λ_s, зміна значень, якого імітує процес зменшення кількості нектару відповідно до *процедури виявлення вичерпаних джерел нектару*.

Його значення інкрементуємо кожного разу, якщо під час попарної чи погрупової селекції поточна структура не «оновилася», та обнуляємо в іншому випадку. Збільшення значення лічильника $Limit_s$ імітує процес вичерпування джерела нектару. Водночас використаємо критерій, який дозволяє виявляти вичерпані джерела нектару. Для цього введено константу *LIMIT*, значення якої дослідник задає як один із параметрів методу структурної ідентифікації перед його застосуванням. Таким чином, кожне джерело нектару (структура ІДМ λ_s^2), для якого виконується умова $Limit_s \geq LIMIT$, вважаємо вичерпаним. У такому випадку робоча

бджола, закріплена за ним, стає бджолою-розвідником та здійснює випадковий пошук «нового» джерела нектару.

Введемо оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$, який випадковим чином генерує «нову» структуру ІДМ з множини всіх структурних елементів, відповідно до *процедури випадкового пошуку нового джерела нектару*.

Оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ означає генерування випадковим чином структури λ_s^2 із множини усіх структурних елементів *F*, де кількість структурних елементів $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$. Варто зазначити, що при формуванні «нової» структури ІДМ оператором $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$, йому будуть доступні всі структурні елементи із множини *F*.

Модуль комунікації та мобільності бджіл колонії, який містить набір правил прийняття рішень різними типами бджіл, означає взаємодію між операторами генерування та селекції структур ІДМ.

Правила прийняття рішень різними групами бджіл, які визначають процедури у поведінковій моделі для різних груп бджіл, у методі структурної ідентифікації ІДМ означають попередньо уведені оператори. Використовуємо їх для інтерпритації значень змінних n_s, R_s та $Limit_s$.

Зважаючи на визначені компоненти поведінкової моделі та проведені аналогії щодо процедур реалізації методу структурної ідентифікації математичних моделей об’єктів з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ, тепер доцільно встановити формальні аспекти побудови зазначеного методу.

3.2 Теоретичні підстави структурної ідентифікації інтервальних дискретних моделей розподілених об’єктів із використанням поведінкових моделей бджолиної колонії

У попередньому підрозділі розглянуто компоненти поведінкової моделі бджолиної колонії, а також проведено аналогії з основними процедурами методу структурної ідентифікації математичних моделей об’єктів з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ. Розглянемо можливість поєднання компонентів поведінкової моделі з методами аналізу інтервальних даних та сформулюємо теоретичні основи побудови процедур пошуку

глобального мінімуму функції мети $\delta(\lambda_s)$ в задачі структурної ідентифікації ІДМ.

Задачу структурної ідентифікації ІДМ розв'язуємо за допомогою певної послідовності перетворень структур λ_s, де значення функції мети $\delta(\lambda_s)$, обчислені для них на кожній ітерації, набувають менших значень. Якщо $\delta(\lambda_s)$=0, то це означає, що поточна структура ІДМ λ_s, для якої обчислене таке значення функції мети $\delta(\lambda_s)$, у просторі розв'язків є точкою глобального мінімуму цієї функції $\delta(\lambda_s)$.

При побудові процедур, які лежать в основі методу структурної ідентифікації, необхідно здійснити такі послідовності перетворень, які б забезпечували на кожній ітерації зменшення значень функції мети $\delta(\lambda_s)$.

Водночас, застосування аналізу інтервальних даних передбачає для оцінювання якості кожної згенерованої структури ІДМ розв'язування ІСНАР. Уведемо математичний оператор $G(\lambda_s)$, який здійснює генерування математичної моделі на основі перетворення її структури $\lambda_s = \{ f_1^s(\bullet) \cdot g_1^s; f_2^s(\bullet) \cdot g_2^s; \ldots; f_{m_s}^s(\bullet) \cdot g_{m_s}^s \}$ в адитивну згортку, тобто:

$$G(\lambda_s) = f_1^s(\bullet) \cdot \hat{g}_1^s + f_2^s(\bullet) \cdot \hat{g}_2^s + \ldots + f_{m_s}^s(\bullet) \cdot \hat{g}_{m_s}^s . \qquad (3.1)$$

Слід зауважити, що зазначений оператор $G(\lambda_s)$ дає можливість підвищити ступінь нелінійності інтервальної дискретної моделі, шляхом використання мультиплікативних згорток під час формування математичної моделі у вигляді (3.1).

Відомий порядок ІДМ d дає можливість задати початкові умови у такому вигляді:

$$[\hat{v}_{0,0,0,0}^-; \hat{v}_{0,0,0,0}^+] \subseteq [z_{0,0,0,0}^-; z_{0,0,0,0}^+], \ldots, [\hat{v}_{1,d-1,1,0}^-; \hat{v}_{1,d-1,1,0}^+] \subseteq [z_{1,d-1,1,0}^-; z], \ldots, \qquad (3.2)$$
$$[\hat{v}_{d-1,d-1,d-1,d-1}^-; \hat{v}_{d-1,d-1,d-1,d-1}^+] \subseteq [z_{d-1,d-1,d-1,d-1}^-; z_{d-1,d-1,d-1,d-1}^+].$$

Тоді з використанням оператора $G(\lambda_s)$ та врахуванням початкових умов (3.2) отримуємо математичну модель об'єкта з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ:

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}] = [f_1^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^s + [f_2^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^s + \ldots + [f_{m_s}^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_s}^s, \qquad (3.3)$$

де $[f_i^s(\bullet)] = f_i^s([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{i,j-d,h,k}],...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}],\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k})$, а набір аргументів $[\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],...,[\hat{v}_{i,j-d,h,k}],...,[\hat{v}_{i,j,h-1,k}]$ означає задані у вигляді початкових умов або спрогнозовані в попередніх точках простору та часу інтервальні оцінки модельованої характеристики.

Спрогнозовані значення модельованої характеристики отримуємо на основі ІДМ (3.3) рекурентно, підставивши у цю формулу початкові умови (3.2).

Вектор відомих параметрів ІДМ (3.3) $\hat{\vec{g}}^s$ отримуємо у вигляді розв'язку ІСНАР, яку тепер можемо сформувати у такому загальному вигляді:

$$\begin{cases} [\hat{v}_{0,0,0,0}^-; \hat{v}_{0,0,0,0}^+] \subseteq [z_{0,0,0,0}^-; z_{0,0,0,0}^+],..., \\ [\hat{v}_{d-1,d-1,d-1,d-1}^-; \hat{v}_{d-1,d-1,d-1,d-1}^+] \subseteq [z_{d-1,d-1,d-1,d-1}^-; z_{d-1,d-1,d-1,d-1}^+]; \\ [\hat{v}_{i,j,h,k}] = [f_1^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^s + [f_2^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^s + \ldots + [f_{m_s}^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_s}^s; \\ z_{i,j,h,k}^- \le [f_1^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^s + [f_2^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^s + \ldots + [f_{m_s}^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_s}^s \le z_{i,j,h,k}^+; \\ i = d,...I,\ j = d,...,J,\ h = d,...,H,\ k = d,...,K. \end{cases} \qquad (3.4)$$

Зауважимо, що в ІСНАР (3.4) інтервальні рівняння $z_{i,j,h,k}^- \le [f_1^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^s + [f_2^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^s + \ldots + [f_{m_s}^s(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_s}^s \le z_{i,j,h,k}^+$ отримуємо із умов забезпечення точності математичної моделі в межах похибок вимірювання модельованої характеристики: $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \in [z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+]$.

Поточна структура ІДМ λ_s із відомим вектором параметрів $\hat{\vec{g}}^s$ є одним із потенційних розв'язків задачі структурної ідентифікації. Якість поточної структури ІДМ λ_s оцінюємо на основі: виразу (3.1), початкових умов (3.2), інтервальної дискретної моделі (3.3), які

дають можливість сформувати ІСНАР (3.4), та деякого показника $\delta(G(\lambda_s))$, отриманого з системи (3.4) за допомогою таких виразів:

$$\delta(G(\lambda_s)) = \max_{i=d,...,I,\, j=d,...,J,\, h=d,...,H,\, k=d,...,K} \{ \left| mid([\hat{v}_{i,j,h,k}]) - mid([z_{i,j,h,k}]) \right| \} \quad (3.5)$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] = \varnothing \quad \exists i = d,...,I$, $\exists j = d,...,J$, $\exists h = d,...,H$, $\exists k = d,...,K$;

$$\delta(G(\lambda_s)) = \max_{i=d,...,I,\, j=d,...,J,\, h=d,...,H,\, k=d,...,K} \{ wid([\hat{v}_{i,j,h,k}]) - wid([\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}]) \} \quad (3.6)$$

якщо $[\hat{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] \neq \varnothing \quad \forall i = d,...,I$, $\forall j = d,...,J$, $\forall h = d,...,H$, $\forall k = d,...,K$.

Зауважимо, що інтервальні оцінки модельованої характеристики $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$ отримуємо з ІДМ (3.3) при заданих початкових умовах (3.2). Формула (3.5) визначає відстань між серединою інтервалу прогнозованого значення модельованої характеристики $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$ та серединою інтервалу виміряного значення цієї характеристики у випадку, коли є такі точки, в яких прогнозований інтервал не перетинається з експериментальним. В іншому випадку показник $\delta(G(\lambda_s))$ обчислюємо на основі формули (3.6) як різницю ширини інтервалу прогнозованого значення з шириною перетину інтервалів $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$, $[z_{i,j,h,k}]$.

Таким чином, функцію мети задачі структурної ідентифікації перепишемо у вигляді:

$$\delta(G(\lambda_s)) \xrightarrow{\lambda_s} \min, \quad (3.7)$$

$$m_s \in [I_{\min}; I_{\max}], \lambda_s = \{ f_1^s(\bullet) \cdot g_1^s; \ldots; f_{m_s}^s(\bullet) \cdot g_{m_s}^s \}, \lambda_s \in \Lambda_{mcn},$$

де mcn – номер ітерації реалізації методу структурної ідентифікації.

На рис. 3.2 показано приклад функції мети в просторі розв’язків задачі структурної ідентифікації, де множина структурних елементів F складається з 10 елементів $\{f_1(\bullet),..., f_{10}(\bullet)\}$.

Вузли сітки визначають поточні структури ІДМ λ_s, де значення координат на цих осях у поточному вузлі сітки задають елементи із набору $\{f_1(\bullet),..., f_{10}(\bullet)\}$, які входять у поточну структуру ІДМ.

Наприклад, поточна структура ІДМ λ_s, позначена на рис. 3.2, складається з елементів: $f_1^s(\bullet) = f_4(\bullet)$, $f_2^s(\bullet) = f_9(\bullet)$.

Показник якості поточної структури ІДМ λ_s визначаємо по осі, яку позначено за $\delta(G(\lambda_s))$. Зауважимо, що для оцінювання якості структури ІДМ необхідно обчислити її параметри. Тобто, для структури ІДМ λ_s, показаної на рис. 3.2, оцінки параметрів $\hat{g}_1^s, \hat{g}_2^s$ отримуємо з розв'язку задачі параметричної ідентифікації, яка детально розглянута у другому розділі монографії.

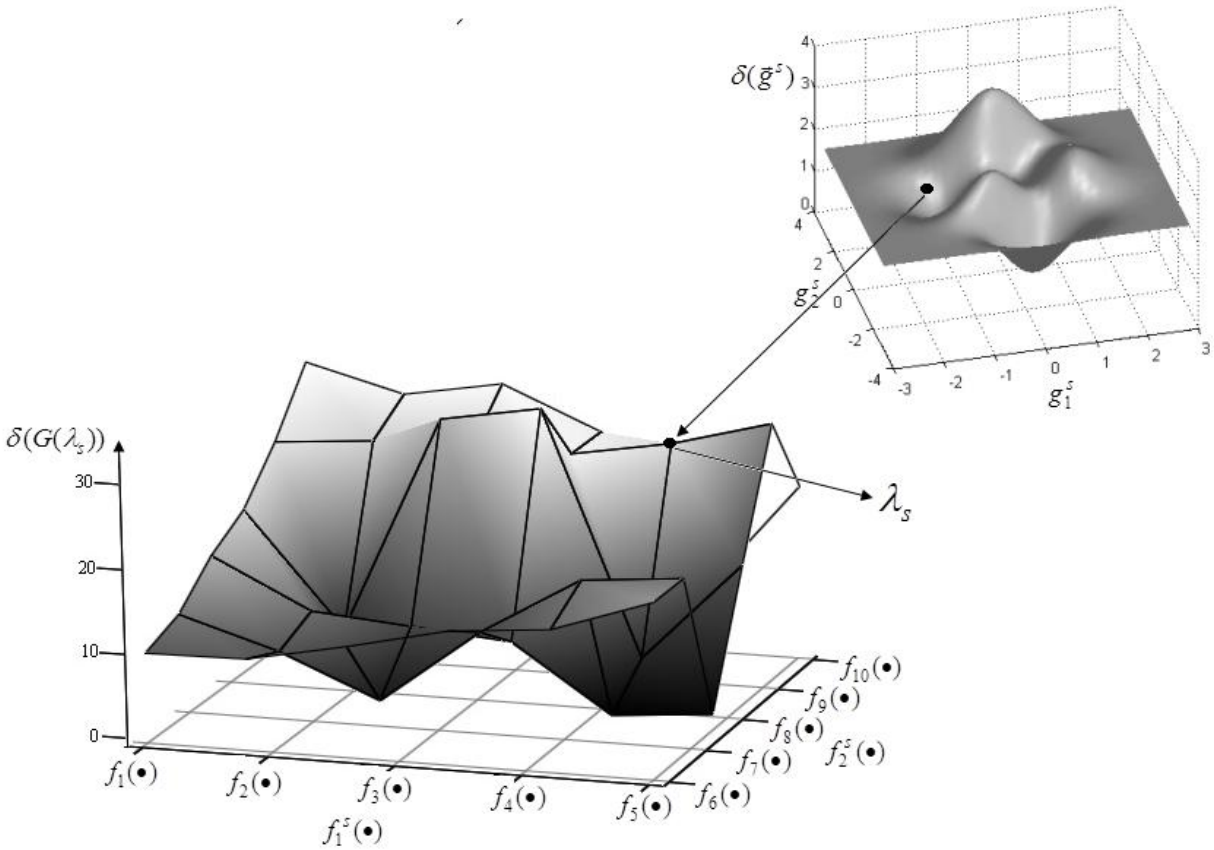


Рис. 3.2. – Ілюстрація фрагменту поверхні функції мети в просторі розв'язків задачі структурної ідентифікації ІДМ для ***L=10, m_s=2***

Із рис. 3.2 бачимо, що задача структурної ідентифікації у випадку застосування аналізу інтервальних даних зводиться до

пошуку глобального мінімуму складеної функції мети $\delta(G(\lambda_s))$, у спосіб багаторазового знаходження глобального мінімуму функції мети задач параметричної ідентифікації $\delta(\vec{g})$ для поточних структур. Для зручності в подальшому розгляді функцію мети $\delta(G(\lambda_s))$ позначатимемо за $\delta(\lambda_s)$.

Як бачимо з рис. 3.2, функція мети задачі структурної ідентифікації є достатньо складною і має велику кількість локальних мінімумів. Крім того, функція мети (3.7), яка проілюстрована на рис. 3.2, є дискретною, оскільки залежна від наборів структурних елементів. Для кожного набору структурних елементів, функція мети задачі структурної ідентифікації залежна від параметрів, підмножини значень яких можуть бути неперервними.

Водночас рис. 3.2 вказує на надзвичайно високу обчислювальну складність методів розв'язування задачі структурної ідентифікації навіть для такого простого прикладу, коли кількість структурних елементів є фіксованою та дорівнює двом, а набір усіх структурних елементів складається лише з десяти елементів.

Отже, необхідно розробити процедуру розв'язування оптимізаційної задачі (3.7) у такий спосіб, щоб забезпечити перехід від $\delta(\lambda_s)$ до $\delta(\lambda_{s+1})$, за умови $\delta(\lambda_s) > \delta(\lambda_{s+1})$. Такий підхід зорієнтований на ітераційні схеми, яким властиві принципи самоорганізації та адаптації. Зважаючи на цей факт, запропоновано поєднати методи аналізу інтервальних даних та алгоритми реалізації поведінкових моделей бджолиної колонії.

Побудову ітераційної схеми мінімізації функції мети (3.7), реалізуємо у спосіб перетворення послідовності структур $\lambda_1,...,\lambda_s,\lambda_{s+1},...,\lambda_0$ через застосування операторів: $P(\Lambda_{mcn},F)$, $P_\delta(\Lambda_{mcn},F)$, $P_N(F,I_{\min},I_{\max})$, $D_1(\lambda_s,\lambda_s')$, $D_2(\lambda_s,\Lambda_s')$, властивості яких означено у попередньому підрозділі за аналогіями процедур поведінкової моделі бджолиної колонії.

На рис. 3.3 наведена узагальнена обчислювальна схема послідовності перетворень структур ІДМ, яка реалізує фази активності усіх груп бджіл із поведінкової моделі.

Схема з рис. 3.3 розкриває суть взаємодії та послідовність виконання компонентів поведінкової моделі у контексті розв'язування задачі структурної ідентифікації.

«Блок 1» – ініціалізація початкових параметрів алгоритму. Задаємо значення таких змінних: *LIMIT*, *S*, $[I_{\min};I_{\max}]$ та множину структурних елементів *F*. Далі формуємо початкову множину структур ІДМ Λ_0 з потужністю *S*. Варто зазначити, що початкову множину структур ІДМ Λ_0 формуємо випадковим чином із набору структурних елементів F.

«Блок 2» - синтез множини поточних структур ІДМ Λ'_{mcn}, полягає у перетворенні множини структур Λ_{mcn} на поточній ітерації (mcn – номер поточної ітерації) у множину модифікованих структур ІДМ Λ'_{mcn} (див. підрозділ 3.1.) Таке перетворення виконуємо за допомогою оператора $P(\Lambda_{mcn},F)$.

Далі проводимо попарну селекцію структур ІДМ із застосуванням оператора $D_1(\lambda_s,\lambda'_s)$ та отримуємо множину «найкращих» структур $\Lambda^1{}_{mcn}$.

«Блок 3» – перетворення кожної структури λ_s^1 із множини структур $\Lambda^1{}_{mcn}$, у множину структур ІДМ Λ'_s (де $s=1\ldots S$), у спосіб заміни випадковим чином елементів кожної структури λ_s^1 елементами із набору *F*. Тоді позначимо за Λ''_{mcn} таке об'єднання множин $\Lambda''_{mcn}=\{\Lambda'_1\cup\Lambda'_2\ldots\cup\ldots\Lambda'_s\ldots\cup\Lambda'_S\}, s=1\ldots S.$ Таким чином, за допомогою застосування оператора $P_\delta(\Lambda_{mcn},F)$ отримуємо множину модифікованих структур Λ''_{mcn} (див. підрозділ 3.1).

Далі проводимо погрупову селекцію поточних структур ІДМ із застосуванням оператора $D_2(\lambda_s,\Lambda'_s)$ та отримуємо множину «найкращих» структур $\Lambda^2{}_{mcn}$ із поточних множин Λ^1_{mcn} і Λ''_{mcn}.

«Блок 4» – перевірка «вичерпаності» поточних структур ІДМ. Усі структури $\lambda_s^2\in\Lambda^2{}_{mcn}$, для яких виконується умова $Limit_s\geq LIMIT$, вважаємо «вичерпаними». Якщо структура є «вичерпаною», то замінюємо її «новою», яку генеруємо із застосуванням оператора $P_N(F,I_{\min},I_{\max})$.

Якщо ж знайдено хоча б одну структуру, для якої $\delta(\lambda_s^2)=0$, то завершуємо процедуру структурної ідентифікації, в іншому випадку повертаємося до «Блок 2».

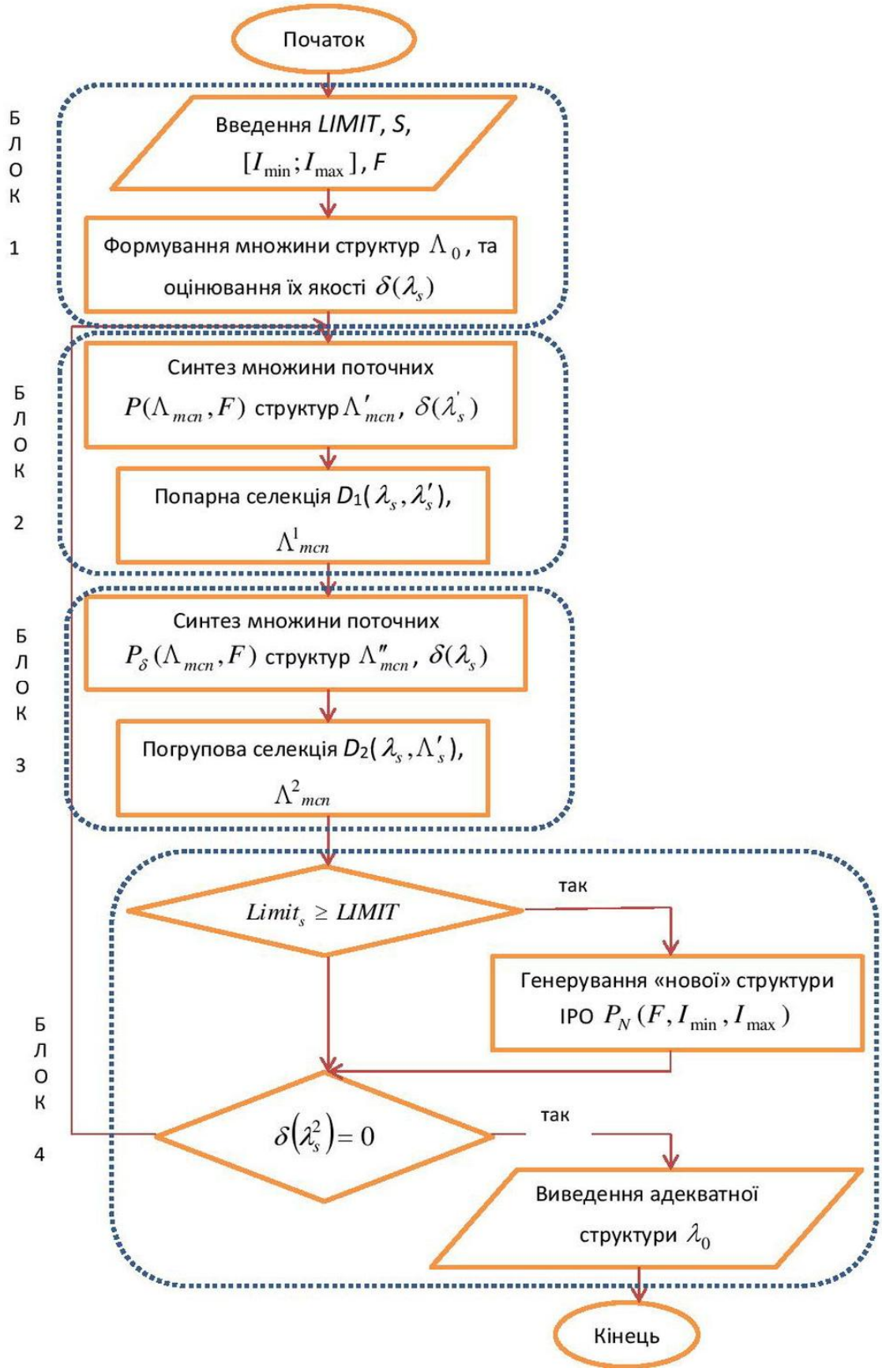


Рис. 3.3. – Узагальнена схема послідовності перетворень структур ІДМ на основі поведінкових моделей бджолиної колонії

Подана на рис. 3.3 узагальнена схема реалізує перетворення структур ІДМ за допомогою операторів $P(\Lambda_{mcn}, F)$, $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$, $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ та шляхом проведення процедур селекції за допомогою операторів $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$, $D_2(\lambda_s, \Lambda'_s)$ у такий спосіб, щоб забезпечити зменшення значень функції мети (3.7) на кожній ітерації.

Формально, виконання таких перетворень на кожній ітерації узагальненої схеми можна записати у вигляді ітераційної схеми генерування ІСНАР та оцінювання значення функції мети $\delta(G(\lambda_s))$ для кожної із них:

$$\begin{cases} [\hat{v}^-_{0,0,0,0}; \hat{v}^+_{0,0,0,0}] \subseteq [z^-_{0,0,0,0}; z^+_{0,0,0,0}], \ldots, \\ [\hat{v}^-_{d,d,d,d-1}; \hat{v}^+_{d,d,d,d-1}] \subseteq [z^-_{d,d,d,d-1}; z^+_{d,d,d,d-1}]; \\ [\hat{v}_{i,j,h,k}] = [f_1^{s1}(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^{s1} + [f_2^{s1}(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^{s1} + \ldots + [f_{m_{s1}}^{s1}(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_{s1}}^{s1}; \\ z^-_{i,j,h,k} \le [f_1^{s1}(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^{s1} + [f_2^{s1}(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^{s1} + \ldots + [f_{m_{s1}}^{s1}(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_{s1}}^{s1} \le z^+_{i,j,h,k}; \\ i = d, \ldots I,\ j = d, \ldots, J,\ h = d, \ldots, H,\ k = d, \ldots, K,\ s1 = 1, \ldots, S; \end{cases} \quad (3.8)$$

$$\begin{cases} [\hat{v}^-_{0,0,0,0}; \hat{v}^+_{0,0,0,0}] \subseteq [z^-_{0,0,0,0}; z^+_{0,0,0,0}], \ldots, \\ [\hat{v}^-_{d,d,d,d-1}; \hat{v}^+_{d,d,d,d-1}] \subseteq [z^-_{d,d,d,d-1}; z^+_{d,d,d,d-1}]; \\ [\hat{v}_{i,j,h,k}] = [f_1^{s2}(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^{s2} + [f_2^{s2}(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^{s2} + \ldots + [f_{m_{s2}}^{s2}(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_{s2}}^{s2}; \\ z^-_{i,j,h,k} \le [f_1^{s2}(\bullet)] \cdot \hat{g}_1^{s2} + [f_2^{s2}(\bullet)] \cdot \hat{g}_2^{s2} + \ldots + [f_{m_{s2}}^{s2}(\bullet)] \cdot \hat{g}_{m_{s2}}^{s2} \le z^+_{i,j,h,k}; \\ i = d, \ldots I,\ j = d, \ldots, J,\ h = d, \ldots, H,\ k = d, \ldots, K,\ s2 = 1, \ldots, S; \end{cases} \quad (3.9)$$

де $s1$ – індекс, який задає номер структури ІДМ λ'_s із множини Λ'_{mcn}, які згенеровано на основі оператора $P(\Lambda_{mcn}, F)$;
$s2$ – індекс, який задає номер стуктури ІДМ із множини Λ''_{mcn}, згенеровані на основі оператора $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$.

Крім того, для усіх структур ІДМ λ_s^2 із множини $\Lambda^2{}_{mcn}$, таких що $Limit_s \ge LIMIT$, застосовуємо оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ та формуємо ІСНАР:

$$\begin{cases} [\hat{v}^{-}_{0,0,0,0};\hat{v}^{+}_{0,0,0,0}] \subseteq [z^{-}_{0,0,0,0};z^{+}_{0,0,0,0}],\ldots, \\ [\hat{v}^{-}_{d,d,d,d-1};\hat{v}^{+}_{d,d,d,d-1}] \subseteq [z^{-}_{d,d,d,d-1};z^{+}_{d,d,d,d-1}]; \\ [\hat{v}_{i,j,h,k}] = [f_1^{s3}(\bullet)]\cdot\hat{g}_1^{s3} + [f_2^{s3}(\bullet)]\cdot\hat{g}_2^{s3} + \ldots + [f_{m_{s3}}^{s3}(\bullet)]\cdot\hat{g}_{m_{s3}}^{s3}; \\ z^{-}_{i,j,h,k} \le [f_1^{s3}(\bullet)]\cdot\hat{g}_1^{s3} + [f_2^{s}(\bullet)]\cdot\hat{g}_2^{s3} + \ldots + [f_{m_{s3}}^{s3}(\bullet)]\cdot\hat{g}_{m_s3}^{s3} \le z^{+}_{i,j,h,k}; \\ i = d,\ldots I,\ j = d,\ldots,J,\ h = d,\ldots,H,\ k = d,\ldots,K; \end{cases} \quad (3.10)$$

де $s3$ – індекс, який задає номер тих структур ІДМ λ_s^2 із множини $\Lambda^2{}_{mcn}$, для яких виконується умова $Limit_s \ge LIMIT$.

Таким чином, запропоновано здійснювати перетворення набору ІСНАР (3.8) у набір (3.9), а (3.9) у випадку виконання умови $Limit_s \ge LIMIT$ - у певний набір (3.10).

Ітераційна схема реалізується до тих пір, доки серед набору не отримаємо хоча б однієї сумісної ІСНАР. Така ІСНАР відповідає набору структурних елементів для побудови адекватної математичної моделі з гарантованими прогностичними властивостями.

Застосування вище зазначеної послідовності перетворень забезпечує ряд переваг у порівнянні з генетичними алгоритмами. Зокрема, множина усіх структурних елементів F є доступною протягом усього процесу перетворень структур ІДМ. Це забезпечує наступне: потужність початкової множини структур ІДМ не залежить від потужності множини структурних елементів, що дозволяє усунути залежність обчислювальної складності реалізації методу від потужності множини структурних елементів. Окрім цього, така схема дає можливість знизити ризик втрати значущих елементів математичної моделі під час попарної чи погрупової селекції.

Формування «нових» варіантів структур ІДМ на основі однієї структури у спосіб часткової заміни її компонентів усуває необхідність розробки та реалізації нестандартних операторів для схрещування двох структур математичних моделей, що суттєво спрощує процес реалізації методу структурної ідентифікації.

Пропорційний розподіл кількості «нових» структур, на фазі активності бджіл-дослідників означає, що в ділянках області значень функції мети, які характеризуються малими значеннями,

дослідження проводяться інтенсивніше, оскільки існує достатньо велика ймовірність, що ці ділянки містять структури близькі до оптимальних чи оптимальні. Це дозволяє швидше знайти розв'язок задачі структурної ідентифікації чи встановити, що ця ділянка містить тільки локальний мінімум функції мети.

Застосування критерію «вичерпаності» дозволяє уникати локальних мінімумів складної багатоекстримальної функції мети, оскільки, якщо структура ідентифікована як «вичерпана» (її модифікації не призводять до зниження значень функції мети), то в просторі пошуку розв'язків задачі вона є точкою в ділянці з локальним мінімумом функції мети. У цьому випадку така структура відкидається та формується «якісно» нова, що, з одного боку, дозволяє уникати локальних мінімумів, а з іншого – забезпечує розширення простору пошуку розв'язків задачі без підвищення обчислювальної складності реалізації методу структурної ідентифікації.

Порівняння наведених формальних перетворень структур ІДМ з перетвореннями, які використовують в генетичних алгоритмах, показує, що застосування аналогій з поведінковими моделями бджолиної колонії під час розв'язування задачі структурної ідентифікації ІДМ націлене на більш «глибоке» перетворення структур моделей з одночасним зменшенням кількості оцінювань значень функції мети, що дає можливість зменшити кількість складних обчислювальних процедур оцінювання розв'язків ІСНАР.

3.3 Метод структурної ідентифікації інтервальних дискретних моделей на основі поведінкових моделей бджолиної колонії

Спираючись на описану у попередньому підрозділі узагальнену схему перетворень, розроблено метод структурної ідентифікації моделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ (інтервальних різницевих операторів) на основі поведінкових моделей бджолиної колонії.

Для застосування поведінкових моделей бджолиної колонії у методі структурної ідентифікації інтервальних дискретних моделей необхідно задати наступні значення:

- *MCN* – максимальна кількість ітерацій;
- *LIMIT* – максимальна можлива кількість ітерацій «незмінності» структури, тобто якщо поточна структура ІДМ не оновлювалася вже *LIMIT* разів, то вона вважається «вичерпаною»;
- *S* – початкова кількість структур ІДМ;
- $[I_{\min}; I_{\max}]$ – інтервал, межі якого задають, відповідно мінімальне $I_{\min}$ та максимальне $I_{\max}$ значення потенційної кількості структурних елементів у структурі ІДМ λ_s.
- *F* – множина всіх структурних елементів.

Варто зазначити, що збіжність методу структурної ідентифікації та тривалість процесу синтезу структури математичної моделі залежать від вибору набору базисних функцій [83]. Також множина *F* повинна гарантовано включати усі елементи шуканої структури інтервальної дискретної моделі. На жаль, навіть із застосуванням принципів теорії самоорганізації не можна стверджувати, що комп'ютерна програма може бути здатною коректно сформувати множину структурних елементів *F*. Тому базисні функції та порядок ІДМ у методі структурної ідентифікації ІДМ повинні задаватись дослідником емпірично, із огляду на аналіз фізичних властивостей об'єкта моделювання. При застосуванні методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії необхідно формувати комбінації із множини елементів $\{v_{0,0,0,0},...,v_{0,j-d+1,0,0},...,v_{d,d,h-d+1,0},...v_{d-1,d-1,d-1,d-1}\}$, відповідно до відомого порядку ІДМ. Тоді як комбінації з множини елементів $\{\vec{u}_{i,j,h,0},...,\vec{u}_{i,j,h,k}\}$ потрібно генерувати з огляду на фізичний аналіз модельованого реального процесу, для зниження обчислювальної складності розв'язування зазначеної задачі [216].

На рис. 3.4 наведено нейроподібну обчислювальну схему реалізації методу структурної ідентифікації математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ, побудованого на основі поведінкових моделей бджолиної колонії.

У схемі реалізації методу структурної ідентифікації (див. рис. 3.4) блок «Ініціалізація» означає фазу ініціалізації початкових параметрів алгоритму.

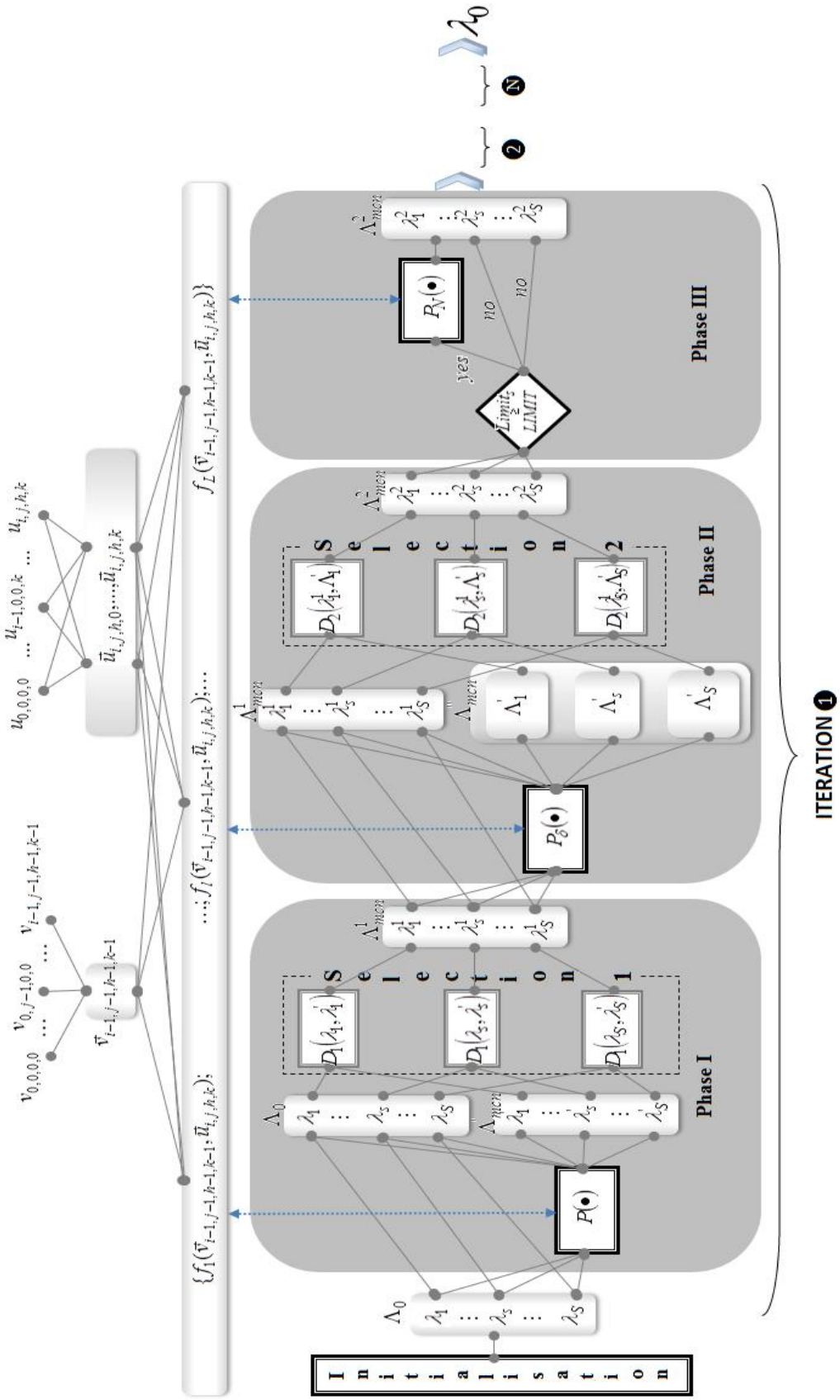


Рис. 3.4. – Нейроподібна обчислювальна схема реалізації методу структурної ідентифікації

Блок «Ініціалізація» реалізовано у спосіб задання значень таких параметрів алгоритму: *MCN*, *LIMIT*, *S*, $[I_{\min}; I_{\max}]$ та множини структурних елементів *F*.

Далі формуємо початкову множину структур ІДМ Λ_0 з потужністю *S*. При цьому використовуємо таку послідовність обчислень.

1. Випадковим чином генеруємо кількість структурних елементів m_s для кожної структури ІДМ $\lambda_s \in \Lambda_0$:

$$m_s = rand([I_{\min}; I_{\max}]),\ s = 1 \ldots S. \tag{3.11}$$

2. За допомогою оператора $P_{init}(\bullet)$, для кожної структури ІДМ λ_s формуємо вектор базисних функцій $\vec{f}^{\,s}(\bullet)$:

$$\vec{f}^{\,s}(\bullet) = P_{init}(m_s, F),\ s = 1 \ldots S\ . \tag{3.12}$$

Кількість елементів вектора базисних функцій поточної структури ІДМ дорівнює m_s.

Варто зазначити, що оператор $P_{init}(\bullet)$ реалізує випадковий вибір структурних елементів із множини *F* у кількості m_s.

3. Для кожної структури ІДМ λ_s, заданої певним набором базисних функцій $\vec{f}^{\,s}(\bullet)$, налаштовуємо вектор невідомих параметрів $\vec{g}^{\,s}$ із застосуванням методів параметричної ідентифікації, які ґрунтуються на процедурах випадкового пошуку [71]. Результатом етапу параметричної ідентифікації ІДМ для кожної поточної структури ІДМ λ_s є вектори параметрів $\hat{\vec{g}}^{\,s}$ та значення показника якості структури λ_s, тобто значення функції мети $\delta(\lambda_s)$.

4. Ініціалізація лічильника «критерію вичерпаності» структури ІДМ $limit_s$=0, де $\lambda_s \in \Lambda_{mcn}$, $s = 1 \ldots S$ та ініціалізація лічильника ітерацій алгоритму *mcn*=0.

У схемі реалізації методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії «Фаза I» означає фазу активності робочих бджіл, тобто формування множини поточних структур ІДМ Λ'_{mcn} за такою формулою:

$$\Lambda'_{mcn} = P(\Lambda_{mcn}, F), \tag{3.13}$$

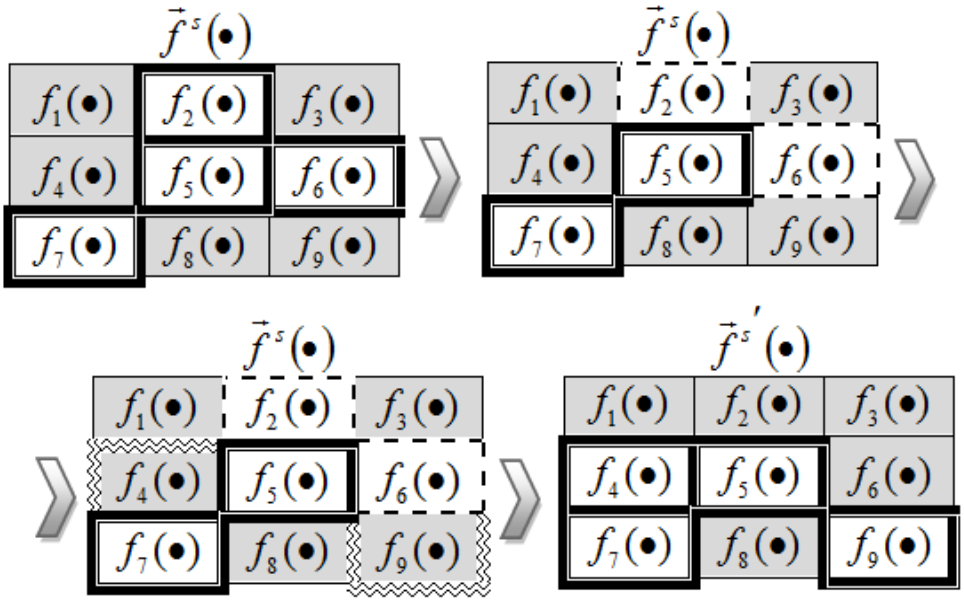
де оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ перетворює множини структур Λ_{mcn}, згенерованих на ітерації алгоритму mcn, у множину структур ІДМ Λ'_{mcn} у спосіб заміни випадковим чином n_s елементів кожної структури елементами із множини структурних елементів *F*. Кількість елементів, що потрібно замінити, обчислюємо за такою формулою:

$$n_s = \begin{cases} 1, \quad \textit{якщо} \quad \delta(\lambda_s) = \min\{\delta(\lambda_s) | s = 1 \ldots S\} \textit{ або } n_s = 0; \\ \operatorname{int}\left(\left(1 - \dfrac{\min\{\delta(\lambda_s) | s = 1 \ldots S\}}{\delta(\lambda_s)}\right) \cdot m_s\right), \\ \textit{якщо} \quad \delta(\lambda_s) \neq \min\{\delta(\lambda_s) | s = 1 \ldots S\} \textit{ і } n_s \neq 0. \end{cases} \tag{3.14}$$

Для обчислення значення змінної n_s використовуємо вираз (3.14), що не враховує кількості елементів у поточній структурі ІДМ, а грунтується лише на значенні функції мети $\delta(\lambda_s)$, обчисленому для поточної структури ІДМ λ_s. Показник n_s означає кількість структурних елементів, які потрібно замінити у поточній структурі ІДМ, за таким принципом: чим нижча «якість» структури ІДМ, тим більшу кількість її структурних елементів потрібно замінити. Водночас для найкращої структури ІДМ потрібно замінити мінімальну кількість елементів, тобто – один. Необхідність заміни елементів навіть у «кращій» структурі ІДМ в поточній множині структур Λ_{mcn} обґрунтована потребою в перевірці критерію «вичерпаності» для кожної зі сформованих структур ІДМ.

Варто зазначити, що $|\Lambda_{mcn}| = |\Lambda'_{mcn}| = S$.

Схематично приклад процедури реалізації оператора $P(\Lambda_{mcn}, F)$ у виразі (3.13) показано на рис. 3.5.



– структурні елементи з множини *F*, які не входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ;

– структурні елементи з множини *F*, які входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ;

– структурні елементи з множини *F*, які входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ та обрані для заміни;

– структурні елементи з множини *F*, які не входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ та обрані для заміни.

Рис. 3.5. – Приклад виконання оператора $P(\Lambda_{mcn}, F)$ для s-ї структури ІДМ $\lambda_s \in \Lambda_{mcn}$, де $|F|$=9, m_s=4, n_s=2

На рис. 3.5 проілюстровано механізм трансформації поточної структури ІДМ λ_s із множини Λ_{mcn}, яку задано вектором базисних функцій із структурних елементів $\{f_2(\bullet), f_5(\bullet), f_6(\bullet), f_7(\bullet)\}$ та для якої обчислено значення показника n_s=2. Зазначену трансформацію здійснено у структуру λ_s' із множини Λ'_{mcn}, шляхом заміни обраних випадковим чином структурних елементів $\{f_2(\bullet), f_6(\bullet)\}$ елементами, обраними з множини F аналогічним чином – $\{f_4(\bullet), f_9(\bullet)\}$. Унаслідок такого перетворення отримуємо вектор базисних $\vec{f}^{s'}(\bullet)$, що складається з множини структурних елементів $\{f_4(\bullet), f_5(\bullet), f_7(\bullet), f_4(\bullet)\}$ та однозначно визначає структуру ІДМ λ_s'.

Далі проводимо попарну селекцію структур ІДМ та формування множини найкращих структур. На рис. 3.4 попарна селекція структур ІДМ означає блок “Selection 1”. У блоці “Selection

1” оператор $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур ІДМ $\Lambda^1{}_{mcn}$ із поточних множин. Оператор $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$ реалізує селекцію «кращих» структур для кожної пари структур на основі такого виразу:

$$\lambda_s^1 = \begin{cases} \lambda_s, & якщо\,(\delta(\lambda_s) \le \delta(\lambda'_s)); \\ \lambda'_s, & якщо\,(\delta(\lambda_s) > \delta(\lambda'_s)); \end{cases} \tag{3.15}$$

де $\lambda_s \in \Lambda_{mcn}$, $\lambda'_s \in \Lambda'_{mcn}$, $\lambda_s^1 \in \Lambda^1{}_{mcn}$, $s = 1 \ldots S$.

Крім того, у випадку виконання умови $\delta(\lambda_s) \le \delta(\lambda'_s)$ інкрементуємо лічильник: $Limit_s = Limit_s + 1$, де $s = 1 \ldots S$; а у випадку виконання умови $\delta(\lambda_s) > \delta(\lambda'_s)$ обнуляємо значення лічильника $Limit_s = 0$.

Таким чином, отримуємо множину структур ІДМ $\Lambda^1{}_{mcn}$ першого ряду формування *mcn*-ої ітерації алгоритму.

У схемі реалізації методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (див. рис. 3.4), «Фаза II» означає фазу активності бджіл-дослідників. Її реалізуємо способом формування множини поточних структур ІДМ Λ''_{mcn} з урахуванням «якості» структур:

$$\Lambda''_{mcn} = P_\delta(\Lambda^1{}_{mcn}, F), \tag{3.16}$$

де оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ означає перетворення кожної структури λ_s^1 з множини структур $\Lambda^1{}_{mcn}$ першого ряду формування, згенерованих на ітерації алгоритму mcn, у множини структур ІДМ Λ'_s (де $s = 1 \ldots S$) способом заміни випадковим чином n_s елементів кожної структури λ_s^1 (використовуємо формулу (3.14)) елементами із множини структурних елементів *F*. Однак, на відміну від дії оператора $P(\Lambda_{mcn}, F)$ у формулі (3.13), оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ у формулі (3.16) здійснює заміну лише для тих структур $\lambda_s^1 \in \Lambda^1{}_{mcn}$, для яких $R_s > 0$. Значення показника R_s для кожної структури обчислюємо за такою формулою:

$$R_s = ToInt\left(\frac{S\cdot\left(2\cdot\max\left\{\delta\left(\lambda_1^1\right)\middle|s=1\ldots S\right\}-\delta\left(\lambda^1{}_s\right)-\delta\left(\lambda^1{}_{s-1}\right)\right)}{\sum_{s=1}^{S}(\max\left\{\delta\left(\lambda^1{}_1\right)\middle|s=1\ldots S\right\}-\delta\left(\lambda^1{}_s\right)}-R_{s-1}\right), s=2\ldots S \qquad (3.17)$$

де $R_1 = 0$, а операція $ToInt(\bullet)$ означає заокруглення до найближчого цілого значення.

Зауважимо, що R_s означає кількість структур, які будуть згенеровані на базі s-ї структури із множини $\Lambda^1{}_{mcn}$, де елементи множини $\Lambda^1{}_{mcn}$ повинні бути попередньо упорядкованими, відповідно до зменшення значення показника якості $\delta(\lambda_s^1)$.

Таким чином, для кожної структури $\lambda_s^1 \in \Lambda^1{}_{mcn}$ буде сформовано множину структур Λ'_s, де $|\Lambda'_s| = R_s$. Тобто, якщо $R_s \neq 0$, то $\Lambda'_s = \{\lambda_1 \ldots \lambda_r \ldots \lambda_{Rs}\}$. Зауважимо, що Λ'_s може бути порожньою множиною.

Позначимо за Λ''_{mcn} таке об’єднання множин:

$$\Lambda''_{mcn} = \{\Lambda'_1 \cup \Lambda'_2 \ldots \cup \ldots \Lambda'_s \ldots \cup \Lambda'_S\}, s = 1\ldots S. \qquad (3.18)$$

Загальна кількість структур згенерованих оператором $P_\delta(\Lambda^1{}_{mcn}, F)$, дорівнюватиме S, тобто $\left|\Lambda^1{}_{mcn}\right| = \left|\Lambda''_{mcn}\right| = S$.

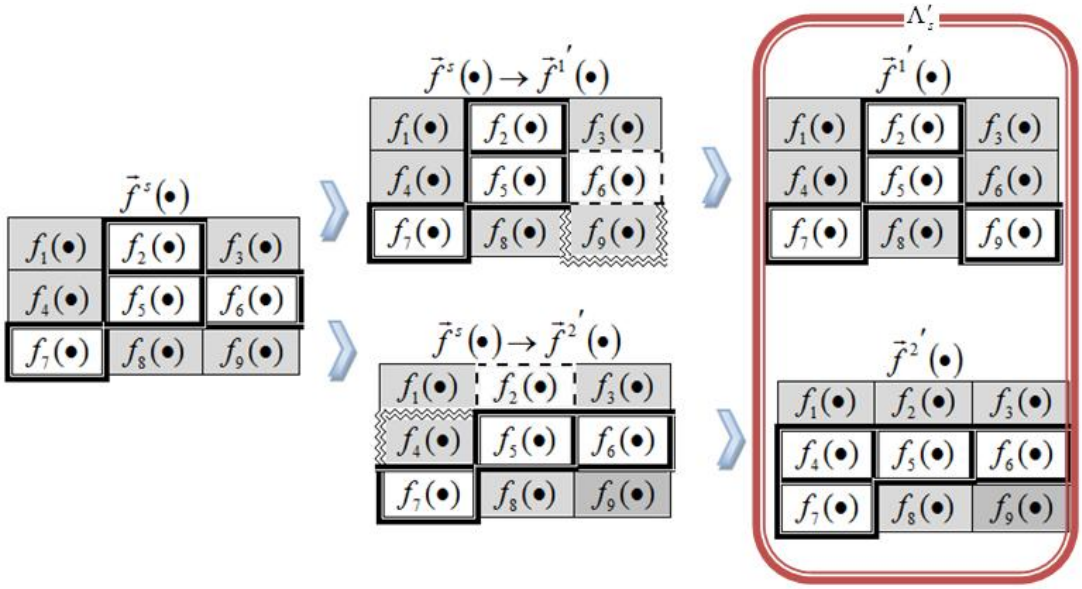
Ілюстрацію прикладу виконання оператора $P_\delta(\Lambda^1{}_{mcn}, F)$ схематично показано на рис. 3.6.

Рис. 3.6 іллюструє механізм формування множини Λ'_s для поточної структури ІДМ λ_s^1 із множини $\Lambda^1{}_{mcn}$, яку задано вектором базисних функцій із таких структурних елементів: $\{f_2(\bullet), f_5(\bullet), f_6(\bullet), f_7(\bullet)\}$ та для якої обчислено значення величин n_s=1 і R_s=2. Таким чином, на основі поточної структури ІДМ λ_s^1 генеруємо множину структур ІДМ Λ'_s (потужність множини R_s=2) у вигляді $\Lambda'_s = \{\lambda_1, \lambda_2\}$.

Структури ІДМ λ_1 та λ_2 на рис. 3.6 задано відповідними наборами базисних функцій $\{f_2(\bullet), f_5(\bullet), f_7(\bullet), f_9(\bullet)\}$ та $\{f_4(\bullet), f_5(\bullet), f_6(\bullet), f_7(\bullet)\}$. Зауважимо, що ці набори сформовані шляхом

часткової заміни елементів поточної структури ІДМ λ_s^1 у кількості n_s=1.

Таким чином, після виконання оператора $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ для усіх структур ІДМ $\lambda_s^1 \in \Lambda^1{}_{mcn}$, $R_s \neq 0$ поточної ітерації методу, згенеровано не порожні множини Λ'_s, такі що $\Lambda''_{mcn} = \{\Lambda'_1 \cup \Lambda'_2 \ldots \cup \ldots \Lambda'_s \ldots \cup \Lambda'_S\}$.



– структурні елементи з множини *F*, які не входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ;

– структурні елементи з множини *F*, які входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ;

– структурні елементи з множини *F*, які входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ та обрані для заміни;

– структурні елементи з множини *F*, які не входять у вектор базисних функцій поточної структури ІДМ та обрані для заміни.

Рис. 3.6. – Приклад виконання оператора $P_\delta(\Lambda^1{}_{mcn}, F)$ для s-ї структури ІДМ $\lambda_s^1 \in \Lambda^1{}_{mcn}$, де $|F|$=9, m_s=4, n_s=1, R_s=2

Далі, відповідно до нейроподібної схеми реалізації методу структурної ідентифікації математичних моделей об’єктів з розподіленими параметрами на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, переходимо на «Фазу II», де проводимо погрупову селекцію поточних структур ІДМ та формуємо множину «найкращих» структур $\Lambda^2{}_{mcn}$. У блоці “Selection 2” (див. рис. 3.4) оператор $D_2(\lambda_s, \Lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини структур ІДМ

$\Lambda^2{}_{mcn}$ із поточних множин Λ^1_{mcn} та Λ''_{mcn} у способіб селекції структур ІДМ λ^2_s за значеннями функції мети:

$$\lambda^2_s = \begin{cases} \lambda^1_s, & якщо\ (R_s = 0); \\ \lambda^1_s, & якщо\ ((\delta(\lambda^1_s) \le \delta(\lambda_r)) \wedge (R_s \ne 0)), \\ & \forall \lambda_r \in \Lambda'_s, r = 1 \ldots R_s; \\ \lambda^s_r, & якщо\ ((\delta(\lambda^1_s) > \delta(\lambda_r)) \wedge (R_s \ne 0)), \\ & \exists \lambda_r \in \Lambda'_s, r = 1 \ldots R_s. \end{cases} \quad (3.19)$$

Крім того, у випадку виконання умови: $R_s = 0$ або $((\delta(\lambda^1_s) \le \delta(\lambda_r)) \wedge (R_s \ne 0))$,– інкрементуємо лічильник $Limit_s = Limit_s + 1$, де $s = 1 \ldots S$. У випадку ж виконання умови $((\delta(\lambda^1_s) > \delta(\lambda_r)) \wedge (R_s \ne 0))$ обнуляємо значення лічильника $Limit_s = 0$. Таким чином, отримуємо множину структур ІДМ $\Lambda^2{}_{mcn}$ другого ряду формування *mcn*-ої ітерації алгоритму.

У схемі реалізації методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (див. рис. 3.4) «Фаза III» означає фазу активності бджіл-розвідників, тобто перевірку «критерію відмови» (бджоли покидають вичерпані джерела нектару). На «Фазі III», для усіх поточних структур ІДМ $\lambda^2_s \in \Lambda^2{}_{mcn}$, перевіряємо умову $Limit_s \ge LIMIT$. Якщо ця нерівність справджується, тоді $\lambda^2_s = P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ і одночасно $Limit_s = 0$, $s = 1 \ldots S$.

Оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ означає генерування випадковим чином структури λ^2_s із множини всіх структурних елементів *F*, де кількість структурних елементів – $m_s \in [I_{\min}; I_{\max}]$. Варто зазначити, що при формуванні «нової» структури ІДМ оператором $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$, йому доступні всі структурні елементи із множини *F*. Для кожної із сформованих структур λ^2_s обчислюємо значення функції мети $\delta(\lambda^2_s)$. Якщо знайдено структуру, для якої $\delta(\lambda^2_s) = 0$, то переходимо на *крок* ***«STOP»***, в іншому випадку переходимо на «Фазу II».

<u>Крок «STOP».</u> Виведення структури ІДМ, для якої $\delta(\lambda^2_s) = 0$.

3.4 Розширення простору пошуку оптимальних структур у задачі структурної ідентифікації математичних моделей

Послідовність перетворень структур ІДМ, яку розглянуто у попередніх підрозділах монографії, на відміну від послідовності таких перетворень у методах на основі генетичних алгоритмів, орієнтована на більш «глибоке» перетворення структур моделей. Це забезпечує можливість виявлення ділянок з локальними мінімумами функції мети з меншими обчислювальними витратами та пошуку серед них ділянки з глобальним екстремумом функції мети. Через це, побудова методу структурної ідентифікації моделей об’єктів з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ на основі зазначеної послідовності перетворень дозволить знизити обчислювальну складність пошуку розв’язку оптимізаційної задачі (1.32) у порівнянні з генетичними алгоритмами.

Розглянемо детальніше теоретичні особливості покриття простору розв’язків задачі відомими методами на основі генетичних алгоритмів та методом, який побудовано із використання узагальненої схеми перетворень на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (далі, метод на основі поведінкових моделей бджолиної колонії).

У всіх евристичних алгоритмах початкову популяцію особин генерують випадковим чином.

На рис. 3.7 схематично показано область значень функції мети задачі структурної ідентифікації та згенеровану початкову популяцію потенційних розв’язків.

На рис. 3.7 елемент позначає глобальний мінімум функції мети $\delta(\lambda_s)$, а елемент - згенерований потенційний розв’язок задачі, що у випадку задачі структурної ідентифікації математичної моделі у вигляді ІДМ означає поточну структуру λ_s.

Рівні значень функції мети на рис. 3.7 відображено градаціями чорно-білих тонів, де, наприклад, тон позначає найменші значення, а тон - найбільші.

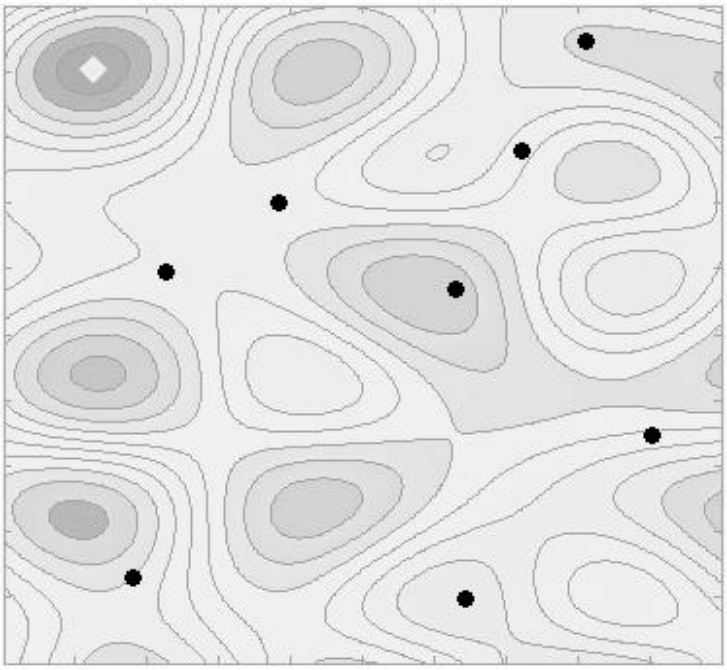
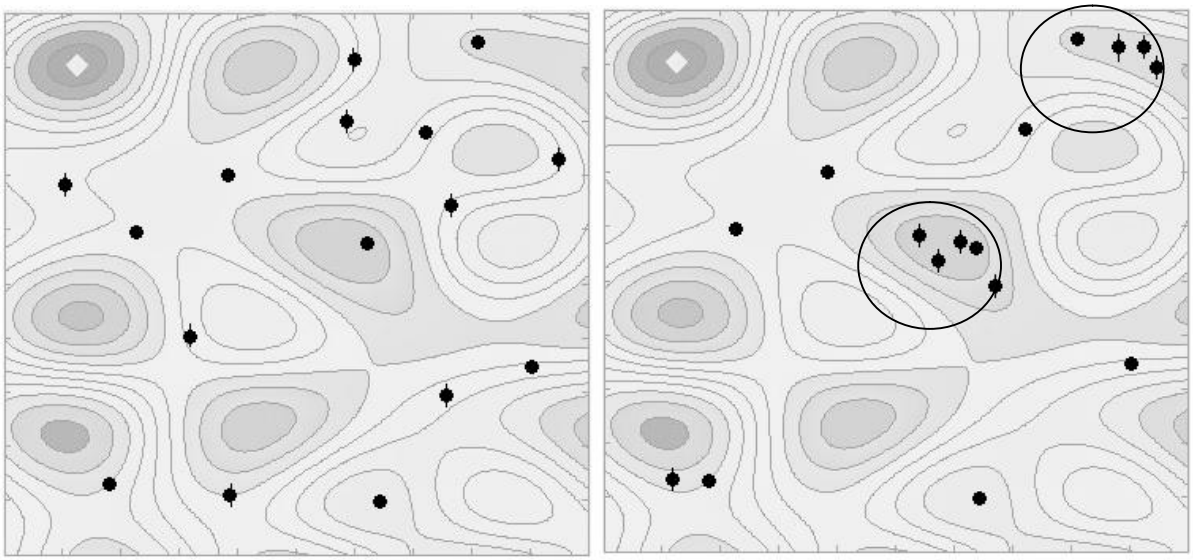


Рис. 3.7. – Схематичне зображення покриття простору розв’язків задачі на початковій ітерації

На рис. 3.8 показано розподіл згенерованих на основі початкової популяції «нових» потенційних розв’язків.



(а) (б)

Рис. 3.8. – Схематичне зображення покриття простору розв’язків задачі після генерування «нових» потенційних розв’язків відомим методом на основі генетичних алгоритмів - (а), методом на основі поведінкових моделей бджолиної колонії - (б)

Саме такий розподіл потенційних розв'язків, отриманих на основі генетичних алгоритмів, на області розв'язків задачі відбувається через застосування генетичних операторів схрещування, де основою для формування «нових» структур є дві «структури-предки» (рис. 3.8 (а)).

Схематично процес генерування «нових» структур математичних моделей із застосуванням генетичних операторів проілюстровано на рис. 3.9.

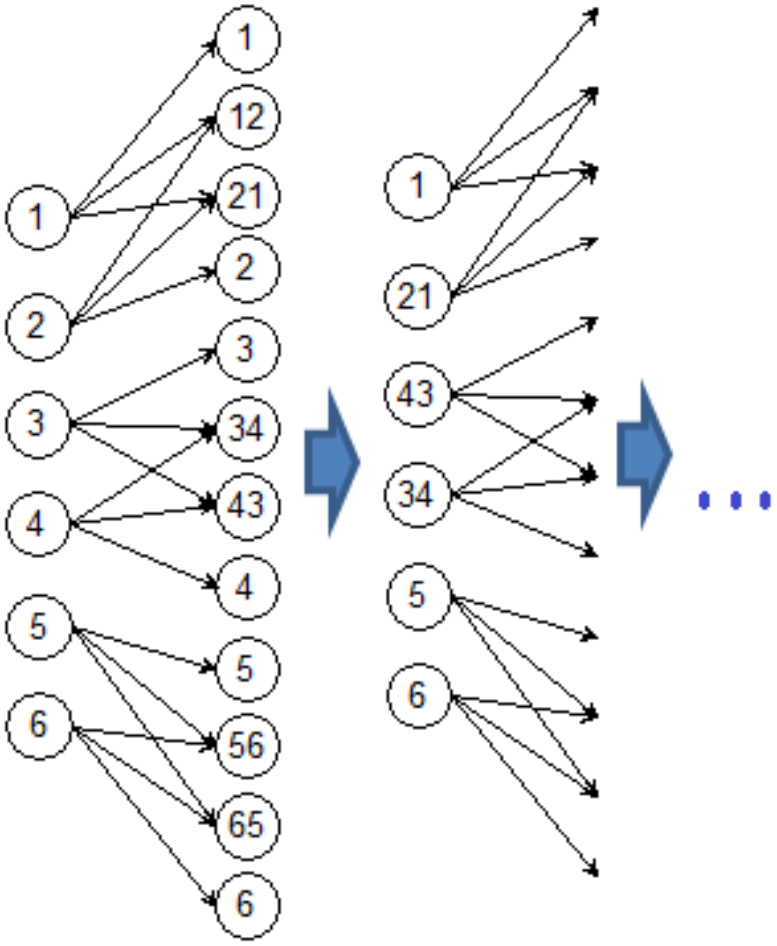


Рис. 3.9. – Схема процедури генерування структур ІДМ в методі на основі генетичних алгоритмів

На рис. 3.9 елементами «1»–«6» позначено «структури-предки». У межах цього підходу генерування структур нащадків відбувається без урахування значень функції мети, якими характеризуються «структури-предки». На основі кожної пари «структур-предків» генерують відповідно пару «структур-нащадків» [32].

Наприклад, на рис. 3.9 для поточних структур «1» та «2» згенеровано дві «структури-нащадки»: «12», «21». У межах такого підходу «структури-предки» для схрещування обирають випадковим чином.

Застосування такого підходу до синтезу математичних моделей означає рівномірне дослідження всіх ділянок області розв'язків задачі, незалежно від значень функції мети, якими вони характеризуються.

Як уже зазначалося, у розглянутому методі структурної ідентифікації на основі генетичних алгоритмів відсутній оператор мутації, який у класичному формулюванні генетичного алгоритму є механізмом для «виходу» з локальних мінімумів функції мети. Тому застосування цього методу структурної ідентифікації передбачає поступове рівномірне дослідження простору розв'язків задачі із низькою ймовірністю заміни досліджуваних ділянок.

Водночас застосування описаних у цьому підрозділі монографії теоретичних основ для побудови методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії забезпечує розширення покриття простору пошуку розв'язків задачі без підвищення обчислювальної складності реалізації методу структурної ідентифікації інтервальних моделей об'єктів з розподіленими параметрами. Таке розширення покриття забезпечуємо шляхом створення його неоднорідності, як це схематично проілюстровано на рис. 3.8 (б).

Неоднорідне та «ширше» покриття простору розв'язків задачі структурної ідентифікації реалізуємо за рахунок використання процедур, побудованих за аналогією фази активності бджіл-дослідників. Це означає, що ділянки простору пошуку розв'язків, які характеризуються меншими значеннями функції мети, досліджуються ретельніше, ніж інші. Для цього генерування «нових» структур ІДМ здійснюємо на основі лише однієї «кращої» «структури-предка» із використанням оператора $P_{\delta}(\Lambda_{mcn}, F)$.

Водночас, кількість згенерованих на основі поточної структури ІДМ «структур-нащадків» прямо пропорційно залежить від значення функції мети $\delta(\lambda_s)$. Цю кількість обчислюємо для «структури-предка» із використанням формули для показника R_s. Тобто, чим

гірша «структура-предок», тим менше для неї генеруємо «структур-нащадків», а в іншому випадку – навпаки.

Схематично процес генерування «структур-нащадків» проілюстровано на рис. 3.10.

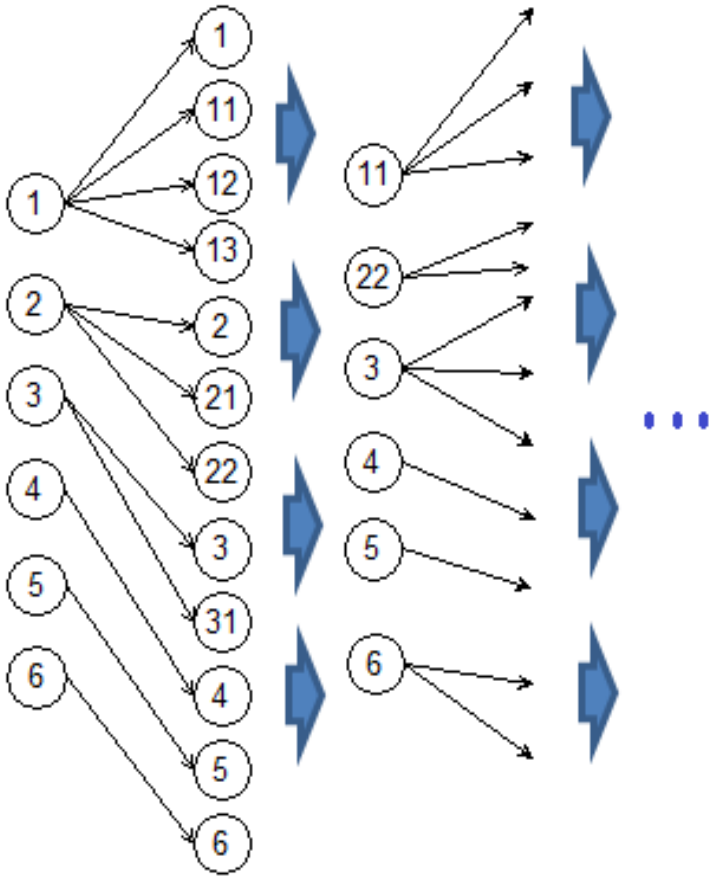


Рис. 3.10. – Схема процедури генерування структур ІДМ в методі на основі поведінкових моделей бджолиної колонії

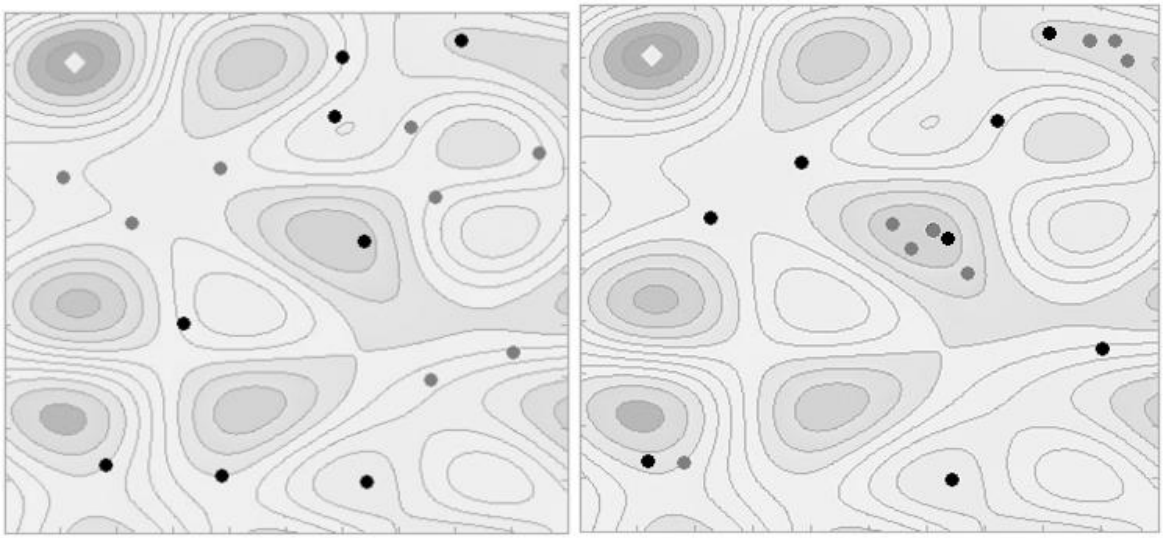
На рис. 3.10 елементами «1»–«6» позначено «структури-предки», упорядковані за зменшенням значення функції мети.

Структура «1» краща за структуру «2», і відповідно на її основі буде згенеровано три «структури нащадки» – «11», «12», «13». Тоді як для структури «2» – лише дві – «21», «22». Водночас структури «4», «5» та «6» є «гіршими» у популяції, тому на їх основі не буде згенеровано жодної «структури-нащадку».

Далі проводимо селекцію кращих особин популяції. Результати селекції схематично показано на рис. 3.11.

Селекцію проводимо на основі аналізу та порівняння значень функції мети.

Як уже зазначалося у попередніх підрозділах монографії, узагальнена схема перетворення структур ІДМ на основі поведінкових моделей бджолиної колонії реалізує механізм дослідження вичерпності джерел нектару (на фазі активності бджіл-розвідників). Тобто наприкінці кожної ітерації узагальненої схеми перетворень структур ІДМ проводимо перевірку отриманої внаслідок селекції популяції кращих особин на їх вичерпаність за допомогою критерію $Limit_s \geq LIMIT$.



(а) (б)

Рис. 3.11. – Схематичне зображення покриття простору розв’язків задачі після проведення селекції у відомому методі на основі генетичних алгоритмів – (а), у методі на основі поведінкових моделей бджолиної колонії – (б)

На рис. 3.12 схематично показано, що два потенційних розв’язки (структури ІДМ позначені елементами ○) є «вичерпаними». Це означає, що на їх основі було згенеровано кілька нових структур ІДМ, які характеризувалися низькою якістю за оцінкою на основі обчислених значень функції мети. Отже, такі структури не були обрані у результаті проведення процедури селекції. Таким чином виявлено два локальних мінімуми функції мети із використанням оператора $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$. Натомість,

випадковим чином згенеровано дві «нові» структури ІДМ, які позначено елементами ◉ на рис. 3.12.

Реалізація фази активності бджіл-розвідників створює ефективний механізм для виявлення та уникнення локальних мінімумів функції мети за рахунок припинення дослідження тих ділянок області розв'язків, у якій не простежується зменшення значень функції мети.

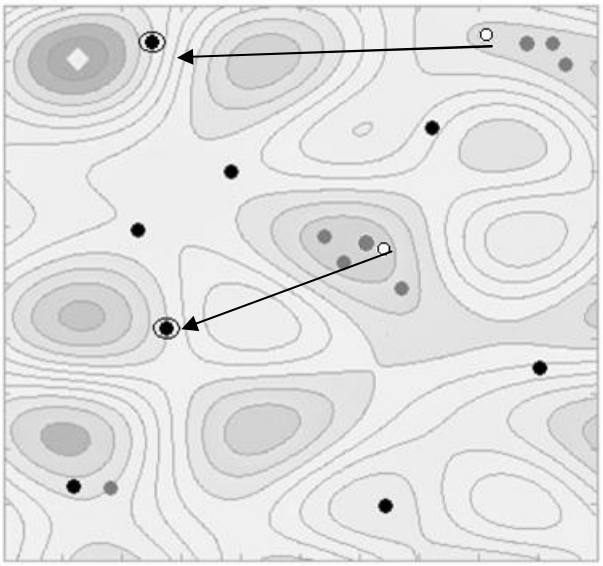


Рис. 3.12. – Схематичне зображення покриття області розв'язків задачі після виявлення ділянок із локальними мінімумами, методом на основі поведінкових моделей бджолиної колонії

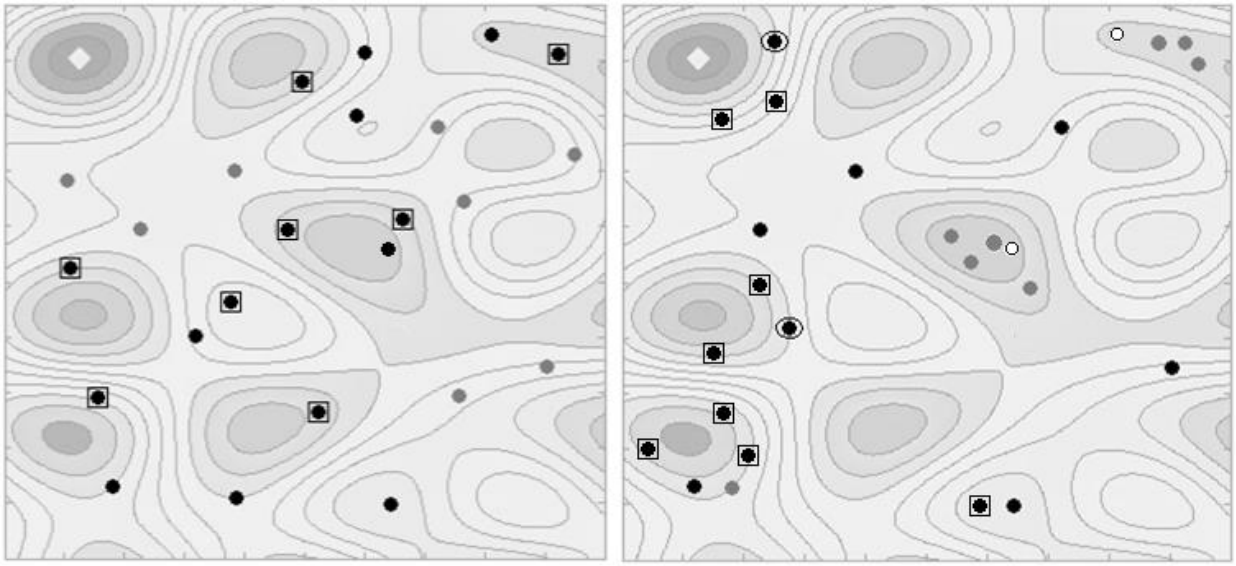
Одночасно припинення дослідження області пошуку відбуватиметься також не залежно від значення функції мети, яким характеризується поточна структура ІДМ. Це буде у випадку, коли структура ІДМ, що характеризується низьким значенням функції мети, не забезпечує можливість генерування структур ІДМ із нижчими значеннями функції мети. Тоді її вважаємо також «вичерпаною».

На наступній ітерації знову відбувається генерування «нових» потенційних розв'язків (структур ІДМ).

Рисунок 3.13 ілюструє покриття області розв'язків задачі структурної ідентифікації на наступній ітерації для відомого методу

на основі генетичних алгоритмів та для методу на основі поведінкових моделей бджолинної колонії.

На рис. 3.13 елементи ⊞ означають згенеровані «структури-нащадки» на поточній ітерації застосування зазначених методів структурної ідентифікації.



(а) (б)

Рис. 3.13. – Схематичне зображення покриття області розв’язків задачі на наступній ітерації відомого методу на основі генетичних алгоритмів – (а), методу на основі поведінкових моделей бджолиної колонії – (б)

Отже, застосування поведінкових моделей бджолиної колонії для побудови методу структурної ідентифікації ІДМ забезпечує розширення покриття області розв’язків задачі структурної ідентифікації та ефективний механізм для виявлення локальних мінімумів функції мети. У підсумку це пришвидшить процес пошуку глобального мінімуму функції мети, а також дозволить знизити обчислювальну складність реалізації методу.

ВИСНОВКИ ДО ТРЕТЬОГО РОЗДІЛУ

У цьому розділі монографії розглянуто біологічні особливості поведінки бджолиної колонії у процесі пошуку їжі (нектару), як підстави для застосування в методах структурної ідентифікації ІДМ з елементами самоорганізації. Окреслено базові компоненти поведінкової моделі бджолиної колонії та зв'язки між ними. Встановлено основні аналогії між поведінковою моделлю і основними процедурами методу структурної ідентифікації математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді ІДМ.

Розроблено теоретичні основи методів структурної ідентифікації ІДМ із застосування принципів ройового інтелекту. Зокрема, проведено поєднання методів інтервального аналізу даних та компонентів поведінкової моделі бджолиної колонії, що забезпечило можливість сформулювати узагальнену схему послідовності перетворень структури ІДМ для знаходження глобального екстремуму складеної функції мети задачі структурної ідентифікації.

Обгрунтовано нейроподібну обчислювальну схему реалізації методу структурної ідентифікації ІДМ об'єктів з розподіленими параметрами та розкрито суть математичних операторів перетворення структур ІДМ.

Теоретично доведено, що застосування узагальненої схеми послідовності перетворень ІДМ на основі поведінкових моделей бджолиної колонії в методі структурної ідентифікації - як методі розв'язування оптимізаційної задачі, забезпечує ширше покриття області розв'язків цієї задачі без підвищення обчислювальної складності та створює ефективний механізм для локалізації та уникнення локальних мінімумів функції мети.

РОЗДІЛ 4. ПРИКЛАДНІ АСПЕКТИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ

Розглянуті методи структурної та параметричної ідентифікації ІДМ об’єктів з розподіленими параметрами націлені на розв’язування NP – повних задач. Ефективність цих методів та їх можливості щодо розв’язання зазначених задач можна оцінити тільки для конкретних прикладних застосувань.

У цьому розділі розглянуто декілька об’єктів з розподіленими параметрами, дослідженням та моделюванням яких доводилося займатися авторам монографії.

Спочатку розглянуто задачу моделювання технологічного процесу сушіння гіпсокартону. За основну модель в цьому випадку обрано ІДМ розподілу вологості на листі гіпсокартону в процесі його сушіння. Для порівняння ефективності розглянутих методів структурної та параметричної ідентифікації зазначену ІДМ побудовано також із застосуванням генетичних алгоритмів.

Наступна прикладна задача, яку розглянуто у цьому розділі, стосується медицини. Розв’язано задачу ідентифікації ІДМ розподілу інформативних характеристик на поверхні середовища хірургічного втручання, що забезпечило можливість прокласифікувати тип тканини хірургічної рани. Така задача виникає при необхідності моніторингу зворотного гортанного нерва під час операції на щитоподібній залозі чи інших органах шиї.

Дві останніх задачі присвячено ідентифікації ІДМ динаміки добового циклу зміни концентрацій окису вуглецю внаслідок забруднення приземистого шару атмосфери шкідливими викидами автотранспорту та динаміки зброджування твердих побутових органічних відходів у біогазових установках на стадії метаногенезу. Зазначені об’єкти, при розглянутій в монографії постановці задач, не варто відносити до об’єктів з розподіленими параметрами, оскільки їх моделі містять тільки одну координату, якою є час. Проте макромоделі у вигляді ІДМ, зазначених динамічних систем, можемо вважати частковим випадком макромоделей об’єктів з розподіленими параметрами.

4.1 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі розподілу вологості на листі гіпсокартону в процесі його сушіння із застосуванням «бджолиного» та генетичного алгоритмів

Метою цього підрозділу монографії є проведення порівняльного аналізу ефективності та обчислювальної складності застосування методу на основі поведінкових моделей бджолиної колонії та методу на основі генетичних алгоритмів з модифікованими операторами схрещування та селекції. Порівняльний аналіз будемо проводити на прикладі розв'язування задачі структурної ідентифікації ІДМ розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону в процесі його сушіння.

Для цього, спочатку розглянемо особливості організації технологічного процесу виробництва гіпсокартону та контролю якості готової продукції. На рис. 4.1 проілюстровано загальний вигляд лінії з виробництва листів гіпсокартону стандартних розмірів, товщиною – 9,5мм, довжиною – 2500мм та шириною – 1200мм.

Технологія виготовлення гіпсокартону містить такі етапи: підготовка водно-гіпсової суміші, формування та затвердіння полотна гіпсу в процесі переміщення на стрічковому конвеєрі, порізка полотна на листи, розподіл листів за допомогою консольного конвеєра, сушіння листів у сушарці з подальшим вивантаженням, контролем якості та складуванням.

Одною із основних характеристик, на основі якої можна встановити якість гіпсокартону, є розподіл вологості на кінцевій стадії виготовлення листа, в процесі сушіння [44, 45]. Прилад для вимірювання вологості на поверхні листа відзначається відносною похибкою в межах 5% (прилад GANN compact A). Технічні характеристики приладу наведено на веб-сайті [31]. Тому в процесі ідентифікації моделі необхідним є виконання умови, за якої інтервальні оцінки прогнозованого значення відносної вологості були б в межах цієї похибки.

Крім того, значення відносної вологості на поверхні листів для забезпечення виробництва якісної продукції повинні належати інтервалу від 0,6% до 0,9%, бо в іншому випадку продукцію вважають бракованою.

Рис. 4.1. – Лінія з виробництва листів гіпсокартону

У таблиці 4.1 наведено результати вимірювань вологості на поверхні листа гіпсокартону на стадії його сушіння для двох режимів, які задано технологічними чинниками: температурою у сушильній камері $u_{1,0}$=120° С, та $u_{1,k=1}$=125° С; відповідними швидкостями переміщення листа гіпсокартону в сушильній камері $u_{2,0}=0.25$ м/хв та $u_{2,k=1}=0.28$ м/хв. Індекси *i*, *j* в таблиці означають дискретні значення координат точок на поверхні листа.

Порівняльний аналіз ефективності застосування запропонованого методу на основі поведінкових моделей бджолиної колонії та відомого методу на основі генетичних алгоритмів проведемо на прикладі розв'язання задачі структурної ідентифікації математичної моделі розподілу вологості на листі гіпсокартону. За показники ефективності методів, обрали: простоту отриманої моделі (кількість структурних елементів) та обчислювальну (часову) складність використання методу.

Таблиця 4.1 – Виміряні значення відносної вологості $z_{i,j,k}$ на листі гіпсокартону для заданих технологічних чинників

$u_{1,0}$ =120°С, $u_{2,0}$ = 0.25м/хв.								
i / j	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,6	0,63	0,66	0,66	0,68	0,65	0,62	0,61
1	0,68	0,74	0,78	0,82	0,85	0,83	0,79	0,71
2	0,72	0,78	0,82	0,85	0,86	0,82	0,78	0,73
3	0,62	0,63	0,68	0,7	0,71	0,67	0,66	0,65
$u_{1,1}$ =125°С, $u_{2,1}$ = 0.28м/хв.								
i / j	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,71	0,75	0,76	0,79	0,79	0,75	0,73	0,69
1	0,76	0,8	0,87	0,91	0,96	0,94	0,89	0,82
2	0,78	0,89	0,93	0,97	0,98	0,96	0,88	0,82
3	0,73	0,75	0,78	0,79	0,8	0,77	0,76	0,71

Зважаючи на наявні випадкові компоненти процедур реалізації кожного з методів ідентифікації ІДМ, доцільно провести певну кількість обчислювальних експериментів при різних реалізаціях випадкових процедур. Було прийнято рішення провести 50 обчислювальних експериментів.

Для побудови моделей розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону на стадії сушіння із застосуванням обох методів структурної ідентифікації ІДМ, на початковому етапі було згенеровано упорядковану множину структурних елементів F у кількості L=160. Частину зі згенерованих структурних елементів подано в таблиці 4.2.

Зауважимо, що під час формування множини структурних елементів F за базисні функції обрано поліноміальні функції не вище другого степеня, а ІДМ представлялися різницевими операторами не вище другого порядку.

Таблиця 4.2 – Фрагмент початкової множини F структурних елементів

№	Структурний елемент	№	Структурний елемент
1	$v_{i-1,j} \cdot ((u_{1,0} \cdot u_{2,k}) / (u_{2,0} \cdot u_{1,k}))$	81	$v_{i-1,j} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
2	$v_{i,j-1} \cdot ((u_{1,0} \cdot u_{2,k}) / (u_{2,0} \cdot u_{1,k}))$	82	$v_{i,j-1} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
…	…	…	…
6	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j} \cdot ((u_{1,0} \cdot u_{2,k}) / (u_{2,0} \cdot u_{1,k}))$	86	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
7	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2} \cdot ((u_{1,0} \cdot u_{2,k}) / (u_{2,0} \cdot u_{1,k}))$	87	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
…	…	…	…
16	$v_{i-1,j}^2 \cdot ((u_{1,0} \cdot u_{2,k}) / (u_{2,0} \cdot u_{1,k}))$	96	$v_{i-1,j}^2 \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
17	$v_{i,j-1}^2 \cdot ((u_{1,0} \cdot u_{2,k}) / (u_{2,0} \cdot u_{1,k}))$	97	$v_{i,j-1}^2 \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
…	…	…	…
21	$v_{i-1,j}$	101	$v_{i-1,j} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
22	$v_{i,j-1}$	102	$v_{i,j-1} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
…	…	…	…
26	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j}$	106	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
27	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2}$	107	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
…	…	…	…
36	$v_{i-1,j}^2$	116	$v_{i-1,j}^2 \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
37	$v_{i,j-1}^2$	117	$v_{i,j-1}^2 \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
…	…	…	…
41	$v_{i-1,j} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,0})$	121	$v_{i-1,j} \cdot (u_{2,0} / u_{1,0})$
42	$v_{i,j-1} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,0})$	122	$v_{i,j-1} \cdot (u_{2,0} / u_{1,0})$
…	…	…	…
46	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,0})$	126	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j} \cdot (u_{2,0} / u_{1,0})$
47	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2} \cdot (u_{1,0} \cdot u_{2,0})$	127	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2} \cdot (u_{2,0} / u_{1,0})$
…	…	…	…

Продовження таблиці 4.2

56	$v_{i-1,j}^2 \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	136	$v_{i-1,j}^2 \cdot (u_{2,0} / u_{1,0})$
57	$v_{i,j-1}^2 \cdot \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	137	$v_{i,j-1}^2 \cdot (u_{2,0} / u_{1,0})$
…	…	…	…
61	$v_{i-1,j} \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	141	$v_{i-1,j} \cdot (u_{2,k} / u_{1,k})$
62	$v_{i,j-1} \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	142	$v_{i,j-1} \cdot (u_{2,k} / u_{1,k})$
…	…	…	…
66	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j} \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	146	$v_{i,j-1} \cdot v_{i-1,j} \cdot (u_{2,k} / u_{1,k})$
67	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2} \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	147	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-2} \cdot (u_{2,k} / u_{1,k})$
…	…	…	…
76	$v_{i-1,j}^2 \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	156	$v_{i-1,j}^2 \cdot (u_{2,k} / u_{1,k})$
77	$v_{i,j-1}^2 \cdot (u_{1,k} \cdot u_{2,k})$	…	…
…	…	160	$v_{i-1,j-2}^2 \cdot (u_{2,k} / u_{1,k})$

Також структурні елементи містили функції, аргументами яких було обрано змінні, що задають значення технологічних чинників. Таке рішення обґрунтовано виходячи із фізичних міркувань.

Для побудови ІДМ розподілу вологості необхідно задати початкові умови. Такі умови задано на основі виміряних значень вологості у певних точках на листі гіпсокартону. У таблиці 4.3 наведено початкові умови у точках з дискретними координатами, які виділено сірим тоном.

Варто зазначити, що у таблиці для спрощення наведено середини інтервалів допустимих меж вологості. Початкові ж умови задавали на основі наведених в таблиці значень, у вигляді інтервалів з похибкою вимірювань 5%.

Як бачимо з табл. 4.2, при формуванні множини структурних елементів було використано такі елементи: $v_{i-1,j}$, $v_{i,j-1}$, $v_{i-1,j-1}$, $v_{i,j-2}$, $v_{i-1,j-2}$.

Таблиця 4.3 – Початкові умови (значення) відносної вологості на листі гіпсокартону для заданих технологічних чинників

$u_{1,0}$ =120°, $u_{2,0}$ = 0.25 м/хв.								
i / j	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,6	0,63	0,66	0,66	0,68	0,65	0,62	0,61
1	0,68	0,74	0,78	0,82	0,85	0,83	0,79	0,71
2	0,72	0,78	0,82	0,85	0,86	0,82	0,78	0,73
3	0,62	0,63	0,68	0,7	0,71	0,67	0,66	0,65

Також структурні елементи містять такі функції: $(u_{1,0} \cdot u_{2,k})/(u_{2,0} \cdot u_{1,k})$, $u_{1,0}/u_{2,0}$, $u_{1,k}/u_{2,k}$, $u_{1,0} \cdot u_{2,0}$, $u_{1,k} \cdot u_{2,k}$, $u_{2,0}/u_{1,0}$, $u_{2,k}/u_{1,k}$, аргументами яких, як бачимо, обрано змінні, що задають технологічні чинники, температуру та швидкість переміщення листа у сушильній камері.

Варто зазначити, що кількість структурних елементів у множині F змінювали в ході експериментів, тобто в 1 експерименті їх кількість була L=160, в 20-тому експерименті – L=140, тоді як у 40-вому – L=80.

Різна кількість початково згенерованих структурних елементів у різних обчислювальних експериментах обґрунтовувалася за результатами оцінки основних та проміжних серій проведених експериментів. А саме, в процесі досліджень виявили групи структурних елементів, які були не значущими. Тобто, структури ІДМ, сформовані на їх основі, характеризували великі значення функції мети оптимізаційної задачі структурної ідентифікації, або ж ці структури швидко «вичерпувалися».

У підсумку, на початкових серіях обчислювальних експериментів було «відкинуто» усі елементи, які складалися тільки з таких виразів: $u_{1,0} \cdot u_{2,0}$, $u_{1,k} \cdot u_{2,k}$, $u_{2,0}/u_{1,0}$, $u_{2,k}/u_{1,k}$, що є абсолютно обґрунтованим з точки зору фізичних особливостей модельованого процесу.

Кінцеву множину структурних елементів, яка була використана під час експериментів №40-50, подано у таблиці 4.4.

Таблиця 4.4 – Кінцева множина *F* структурних елементів моделі розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону на стадії його сушіння

№	Структурний елемент	№	Структурний елемент
1	$v_{i-1,j}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	41	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
2	$v_{i,j-1}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	42	$v_{i,j-1}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
3	$v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	43	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
4	$v_{i,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	44	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
5	$v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	45	$v_{i-1,j}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
6	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	46	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
7	$v_{i,j-1}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	47	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
8	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	48	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
9	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	49	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
10	$v_{i-1,j}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	50	$v_{i,j-2}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}/u_{2,0})$
11	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	51	$v_{i-1,j}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
12	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	52	$v_{i,j-1}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
13	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	53	$v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
14	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	54	$v_{i,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
15	$v_{i,j-2}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$	55	$v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
16	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j}$	56	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
17	$v_{i,j-1}\cdot v_{i,j-2}$	57	$v_{i,j-1}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
18	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-1}$	58	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
19	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}$	59	$v_{i,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
20	$v_{i-1,j}\cdot v_{i,j-2}$	60	$v_{i-1,j}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
21	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-1}$	61	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-1}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
22	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-2}$	62	$v_{i-1,j}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
23	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i,j-2}$	63	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$
24	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}$	64	$v_{i-1,j-1}\cdot v_{i-1,j-2}\cdot(u_{1,k}/u_{2,k})$

Продовження таблиці 4.4

25	$v_{i,j-2} \cdot v_{i-1,j-2}$	65	$v_{i,j-2} \cdot v_{i-1,j-2} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
26	$v_{i-1,j}$	66	$v^2_{i-1,j}(u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k})$
27	$v_{i,j-1}$	67	$v^2_{i,j-1}(u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k})$
28	$v_{i-1,j-1}$	68	$v^2_{i-1,j-1}(u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k})$
29	$v_{i,j-2}$	69	$v^2_{i,j-2}(u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k})$
30	$v_{i-1,j-2}$	70	$v^2_{i-1,j-2}(u_{1,0} \cdot u_{2,k} / u_{2,0} \cdot u_{1,k})$
31	$v^2_{i-1,j}$	71	$v^2_{i-1,j} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
32	$v^2_{i,j-1}$	72	$v^2_{i,j-1} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
33	$v^2_{i-1,j-1}$	73	$v^2_{i-1,j-1} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
34	$v^2_{i,j-2}$	74	$v^2_{i,j-2} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
35	$v^2_{i-1,j-2}$	75	$v^2_{i-1,j-2} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$
36	$v_{i-1,j} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$	76	$v^2_{i-1,j} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
37	$v_{i,j-1} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$	77	$v^2_{i,j-1} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
38	$v_{i-1,j-1} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$	78	$v^2_{i-1,j-1} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
39	$v_{i,j-2} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$	79	$v^2_{i,j-2} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$
40	$v_{i-1,j-2} \cdot (u_{1,0} / u_{2,0})$	80	$v^2_{i-1,j-2} \cdot (u_{1,k} / u_{2,k})$

Зазначимо, що оптимізація набору структурних елементів, є дуже складним процесом, але дуже важливим, який здебільшого проводиться дослідниками емпірично. Важливість цього процесу в тому, що потужність множини структурних елементів та їхня якість визначають обчислювальну складність реалізації методів структурної ідентифікації.

У випадку невдалого формування початкової множини структурних елементів при синтезі структури ІДМ можуть виникнути такі проблеми:

– формування «неінформативних» моделей;

– ускладнення процесу оперування структурними елементами під час застосування методу структурної ідентифікації;

– збільшення кількості ітерацій реалізації методу структурної ідентифікації.

Для кожного з обчислювальних експериментів було задано однакові початкові умови для реалізації обох методів структурної ідентифікації ІДМ: $[I_{\min}; I_{\max}]$=[4; 8] (інтервал $[I_{\min}; I_{\max}]$, якому належить m_s – кількість структурних елементів для поточної структури ІДМ); початкова множина структур ІДМ у кількості *S*=10. Крім того, для реалізації методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колоні було встановлено: *MCN*=100, *LIMIT*=4. Далі, для кожного експерименту, випадковим чином генерували початкову множину Λ_0 структур ІДМ, яка є однаковою для обох методів структурної ідентифікації у ході експерименту.

Розглянемо детальніше застосування методу структурної ідентифікації ІДМ, побудованого на основі поведінкової моделі бджолиної колонії, на прикладі реалізації одного з обчислювальних експериментів.

Згідно з обчислювальною схемою реалізації методу структурної ідентифікації моделі на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (див. рис. 3.4), випадковим чином генеруємо початкову множину Λ_0 структур ІДМ та обчислюємо для кожної з них значення показника якості, тобто значення функції мети $\delta(\lambda_s)$. Крім того, для усіх структур ІДМ $\lambda_s \in \Lambda_0$ обчислюємо за формулою (3.14) кількість структурних елементів, які необхідно замінити n_s та ініціалізуємо лічильник $Limit_s$. Таким чином, отримуємо початкову множину Λ_0структур ІДМ та обчислені для них значення $\delta(\lambda_s)$, m_s, n_s, $Limit_s$, які подано в таблиці 4.5.

Далі реалізуємо «Фазу І» активності робочих бджіл. Для цього формуємо множину структур ІДМ $\Lambda'_{mcn=1}$ за допомогою оператора $P(\Lambda_{mcn=1}, F)$ та для усіх структур $\lambda'_s \in \Lambda'_1$ обчислюємо значення функції мети $\delta(\lambda'_s)$. Результати виконання вказаних операцій подано в таблиці 4.6.

Далі, згідно з нейроподібною обчислювальною схемою реалізації методу структурної ідентифікації математичних моделей у вигляді ІДМ на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (див. рис. 3.4), проводимо процедуру попарної селекції із множин Λ_0 та $\Lambda'_{mcn=1}$. Для цього використовуємо дані з таблиць 4.5 і 4.6 та оператор

попарної селекції $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$, представлений виразом (3.15), який формує множину $\Lambda^1_{mcn=1}$ «кращих» структур ІДМ на основі значень функції мети для структур із множин Λ_0 та $\Lambda'_{mcn=1}$.

Таблиця 4.5 – Початкова множина Λ_0 структур ІДМ

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s, $s = 1 \ldots S$.	$\delta(\lambda_s)$	m_s	n_s	$Limit_s$
1	2, 40, 27, 29, 24, 30	0,1307	6	1	0
2	11, 25, 31, 64, 3, 51, 36, 32	0,1518	8	3	0
3	61, 48, 31, 37	0,2049	4	2	0
4	10, 29, 16, 38	0,1175	4	1	0
5	10, 39, 41, 37	0,0935	4	1	0
6	7, 39, 20, 37	0,3217	4	2	0
7	7, 40, 26, 6, 53	0,1587	5	2	0
8	7, 40, 25, 6, 27	0,1565	5	2	0
9	7, 40, 25, 6, 27, 28, 29	0,1272	7	1	0
10	2, 40, 25, 1, 27, 29	0,1170	6	1	0

Після проведення процедури попарної селекції отримуємо множину $\Lambda^1_{mcn=1}$ структур ІДМ першого ряду формування. Результати реалізації цього етапу «Фази І» подано в таблиці 4.7.

Далі, реалізуємо «Фазу ІІ» активності бджіл-дослідників. Для цього формуємо множину $\Lambda''_{mcn=1}$ структур ІДМ на основі оператора $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$, де попередньо для кожної структури $\lambda^1_s \in \Lambda^1_{mcn=1}$ обчислюємо потужність множини Λ'_s, як значення показника R_s за формулою (3.17). Множину $\Lambda''_{mcn=1}$ структур формуємо з набору: $\Lambda''_{mcn=1} = \{\Lambda'_1 \cup \Lambda'_2 \ldots \cup \ldots \Lambda'_s \ldots \cup \Lambda'_S\}$.

Таблиця 4.6 – Множина $\Lambda'_{mcn=1}$ структур ІДМ

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ'_s, $s=1\ldots S$.	$\delta(\lambda'_s)$	m'_s
1	2, 26, 27, 29, 24, 30	0.7383	6
2	11, 29, 31, 26, 3, 51, 36, 53	0.1260	8
3	1, 48, 31, 19	0.1616	4
4	10, 2, 16, 38	0.1145	4
5	10, 39, 41, 29	0.0649	4
6	7, 39, 52, 63	0.1420	4
7	7, 40, 26, 27, 58	0.1650	5
8	7, 50, 25, 6, 19	0.1094	5
9	7, 40, 35, 6, 27, 28, 29	0.1176	7
10	2, 40, 79, 1, 27, 29	0.3250	6

Таблиця 4.7 – Множина $\Lambda^1_{mcn=1}$ структур ІДМ першого ряду формування

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ^1_s , $s=1\ldots S$.	$\delta\left(\lambda^1_s\right)$	$Limit_s$
3	1, 48, 31, 19	0,1616	0
7	7, 40, 26, 6, 53	0,1587	1
6	7, 39, 52, 63	0,1420	0
1	2, 40, 27, 29, 24, 30	0,1307	1
2	11, 29, 31, 26, 3, 51, 36, 53	0,1260	0
9	7, 40, 35, 6, 27, 28, 29	0,1176	0
10	2, 40, 25, 1, 27, 29	0,1170	1
4	10, 2, 16, 38	0,1145	0
8	7, 50, 25, 6, 19	0,1094	0
5	10, 39, 41, 29	0,0649	0

Після цього, для усіх структур λ'_r, $r = 1...R_s$ ІДМ із множин Λ'_s, $s = 1...S$ обчислюємо значення функції мети $\delta(\lambda'_r)$. Результати реалізації зазначеного етапу «Фази II», тобто структури ІДМ із множини $\Lambda''_{mcn=1}$ та обчислені для них значення функції мети подано у таблиці 4.8.

Таблиця 4.8 – Множина $\Lambda''_{mcn=1}$ структур ІДМ та оцінені для них значення функції мети

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури $\lambda^1_s \in \Lambda^1_{mcn=1}$	R_s	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури $\lambda_r \in \Lambda'_s$, $r = 1 \ldots R_s$.	$\delta(\lambda_r)$
3	1, 48, 31, 19	0	$\varnothing$	-
7	7, 40, 26, 6, 53	0	$\varnothing$	-
6	7, 39, 52, 63	1	7, 66, 77, 63	0.1687
1	2, 40, 27, 29, 24, 30	1	3, 40, 27, 16, 53, 30	0.1403
2	11, 29, 31, 26, 3, 51, 36, 53	1	11, 27, 31, 26, 60, 51, 36, 70	0.0787
9	7, 40, 35, 6, 27, 28, 29	1	7, 66, 35, 25, 27, 2, 29	0.2769
10	2, 40, 25, 1, 27, 29	1	2, 36, 25, 67, 27, 29	0.0870
4	10, 2, 16, 38	1	10, 2, 16, 29	0.051
8	7, 50, 25, 6, 19	1	7, 80, 25, 6, 32	0.0472
5	10, 39, 41, 29	3	10, 45, 41, 29	0.0816
			10, 39, 41, 27	0.0854
			10, 3, 41, 29	0.0439

Із застосуванням оператора $D_2(\lambda_s, \Lambda'_s)$, заданого формулою (3.19), проводимо погрупову селекцію структур ІДМ із множин $\Lambda''_{mcn=1}$

та $\Lambda^1_{mcn=1}$ на основі обчислених значень функції мети. У результаті отримуємо множину $\Lambda^2_{mcn=1}$ структур ІДМ другого ряду формування.

Результати реалізації цього етапу «Фази II» подано в таблиці 4.9.

Наступною реалізуємо «Фазу III» активності бджіл-розвідників, що означає таке: перевіряємо «критерій відмови» (бджоли покидають вичерпані джерела нектару). Однак, як видно із таблиці 4.9 для жодної із структур ІДМ другого ряду формування не виконується умова $Limit_s \geq LIMIT$ ($LIMIT$=4), а отже, оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ на першій ітерації методу не застосовуємо жодного разу. Таким чином, таблиця 4.9 задає множину поточних структур ІДМ $\Lambda_{mcn=2}$ для проведення другої ітерації реалізації методу структурної ідентифікації.

Таблиця 4.9 – Множина $\Lambda^2_{mcn=1}$ структур ІДМ другого ряду формування та оцінені для них значення функції мети $\delta(\lambda^2_s)$

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ^2_s, $s = 1 \ldots S$.	$\delta(\lambda^2_s)$	$Limit_s$
3	1, 48, 31, 19	0.1616	1
7	7, 40, 26, 6, 53	0.1582	2
6	7, 39, 52, 63	0.1420	1
1	2, 40, 27, 29, 24, 30	0.1307	2
2	11, 27, 31, 26, 60, 51, 36, 70	0.0787	0
9	7, 40, 35, 6, 27, 28, 29	0.1176	1
10	2, 36, 25, 67, 27, 29	0.0870	0
4	10, 2, 16, 29	0.051	0
8	7, 80, 25, 6, 32	0.0472	0
5	10, 3, 41, 29	0.0439	0

У результаті застосуванням методу структурної ідентифікації ІДМ на основі поведінкових моделей бджолиної колонії на четвертій

ітерації отримано ІДМ розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону в такому вигляді:

$$[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]=0.2269-0.0553\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]-$$
$$-0.3643\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]+0.1214\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j,k}]+$$
$$1.0005\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}],\ i=1\ldots3,\ j=2\ldots7, \qquad (4.1)$$

де $[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]=[z_{i,j,k=0}-z_{i,j,k=0}\cdot0{,}01;z_{i,j,k=0}+z_{i,j,k=0}\cdot0{,}01]$, {i=0, j=0,…,7}$\vee${i=0,…,3, j=0,…,1} – задані початкові умови; $[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]$ – інтервальні оцінки значення відносної вологості в точці з дискретними координатами *i*, *j* на поверхні листа гіпсокартону для k–х умов технологічного процесу; $u_{1,0},u_{1,k}$ – температура в сушильній камері для заданого тестового набору даних та k-те її значення для прогнозування вологості на поверхні листа, відповідно; $u_{2,0},u_{2,k}$ – швидкість переміщення листа в сушильній камері для заданного тестового набору даних та k-те її значення для прогнозування вологості листа, відповідно.

Тепер, детально розглянемо застосування методу структурної ідентифікації ІДМ, побудованого на основі генетичних алгоритмів із модифікованими процедурами схрещування та селекції, на прикладі реалізації того ж обчислювального експерименту.

Отже, початкові умови для реалізації методу структурної ідентифікації на основі генетичних алгоритмів було задано наступним чином: $[I_{\min};I_{\max}]$=[4; 8]; потужність початкової множини структур ІДМ – *S*=10 [136].

Далі, випадковим чином генеруємо початкову множину Λ_0 хромосом, тобто структур ІДМ та обчислюємо для кожної з них значення показника якості (значення функції мети $\delta(\lambda_s)$). Оскільки, порівняльний аналіз ефективності реалізації реалізації обох методів структурної ідентифікації ІДМ проводимо для одного і того ж самого обчислювального експерименту, то початкові умови задаємо аналогічно. Тобто, початкова множина Λ_0 структур ІДМ є аналогічною, як подано у табл. 4.2.

Далі упорядковуємо поточну популяцію хромосом відповідно до обчислених значень функції мети, тобто у такому порядку: $\delta(\lambda_1) < \delta(\lambda_2) < ... < \delta(\lambda_s) < ... < \delta(\lambda_S)$.

Як результат, отримуємо таблицю 4.10, яка містить упорядковану множину структур ІДМ.

Після цього, на основі таблиці 4.10 будемо проводити схрещування особин за принципом: «кращий з кращим». Для схрещування використовуватимемо оператор, побудований за принципом «розіграшу лотереї» [32], суть якого детально описана у першому розділі монографії.

Таблиця 4.10 – Упорядкована початкова множина структур Λ_0 (хромосом)

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s, $s = 1 \ldots S$.	$\delta(\lambda_s)$	m_s
1	10, 39, 41, 37	0,0935	4
2	2, 40, 25, 1, 27, 29	0,1170	6
3	10, 29, 16, 38	0,1175	4
4	7, 40, 25, 6, 27, 28, 29	0,1272	7
5	2, 40, 27, 29, 24, 30	0,1307	6
6	11, 25, 31, 64, 3, 51, 36, 32	0,1518	8
7	7, 40, 25, 6, 27	0,1565	5
8	7, 40, 26, 6, 53	0,1587	5
9	61, 48, 31, 37	0,2049	4
10	7, 39, 20, 37	0,3217	4

Відповідно до методу структурної ідентифікації ІДМ на основі генетичних алгоритмів із модифікованими процедурами схрещування та селекції – у результаті схрещування двох особин-батьків, отримуємо двох особин-нащадків.

Результати схрещування особин популяції наведено у таблиці 4.11.

У таблиці 4.11 зазначено номери структур-батьків із таблиці 4.10, порядкові номери структур-нащадків, їх набори структурних елементів (задано порядковими номерами структурних елементів) та оцінені значення функції мети $\delta(\lambda_s)$.

Таблиця 4.11 – Множина Λ_1 хромосом, отримана в наслідок схрещування предків із таблиці 4.10

№ схрещуваних структур із множини Λ_0 (згідно з таблицею 4.10)	№ структур із множини Λ_1	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s^1, $s = 1 \ldots S$.	$\delta(\lambda_s)$	m_s
1-2	1	1, 2, 27, 37	0,1208	4
	2	10, 25, 27, 29, 40	0,1162	5
3-4	3	6, 10, 16, 27, 28, 38	0,0751	6
	4	7, 16, 25, 28, 29, 38, 40	0,42	7
5-6	5	11, 25, 27, 36, 40, 51	0,3041	6
	6	2, 3, 27, 32, 36, 51, 64	0,1012	6
7-8	7	6, 25, 26, 40, 53	0,9805	5
	8	6, 7, 25, 26, 27	0,2611	5
9-10	9	7, 20, 31, 37	0,1804	4
	10	7, 37, 48, 61	0,4247	4

Варто зазначити, що з метою збереження «кращих» особин популяції у методі структурної ідентифікації ІДМ на основі генетичних алгоритмів, на етапі селекції розглядають як отримані особини-нащадки так і особини-батьки, оскільки можливим є випадок, коли усі згенеровані особини-нащадки є «гіршими» за особин-предків, тобто характеризуються більшими значеннями

функції мети. У такому випадку, якщо не враховувати особин-предків у процесі селекції, можна втратити «кращих» особин популяції.

Таблиця 4.12 – Множина структур (хромосом поточної популяції), упорядкована для проведення селекції кращих особин

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s, $s = 1 \ldots S$.	$\delta(\lambda_s)$	m_s
1	6, 10, 16, 27, 28, 38	0,0751	6
2	10, 39, 41, 37	0,0935	4
3	2, 3, 27, 32, 36, 51, 64	0,1012	6
4	10, 25, 27, 29, 40	0,1162	5
5	2, 40, 25, 1, 27, 29	0,1170	6
6	10, 29, 16, 38	0,1175	4
7	1, 2, 27, 37	0,1208	4
8	7, 40, 25, 6, 27, 28, 29	0,1272	7
9	2, 40, 27, 29, 24, 30	0,1307	6
10	11, 25, 31, 64, 3, 51, 36, 32	0,1518	8
11	7, 40, 25, 6, 27	0,1565	5
12	7, 40, 26, 6, 53	0,1587	5
13	7, 20, 31, 37	0,1804	4
14	61, 48, 31, 37	0,2049	4
15	6, 7, 25, 26, 27	0,2611	5
16	11, 25, 27, 36, 40, 51	0,3041	6
17	7, 39, 20, 37	0,3217	4
18	7, 16, 25, 28, 29, 38, 40	0,42	7
19	7, 37, 48, 61	0,4247	4
20	6, 25, 26, 40, 53	0,9805	5

На наступних ітераціях відібрані особини знову розглядають на етапі схрещування та проводять селекцію кращих із них. Виконання цих ітерації повторюємо доти, поки не буде отримано таку структуру ІДМ, для якої виконується умова належності прогнозованих значень модельованої характеристики до інтервалів виміряних значень модельованої характеристики на множині усіх дискрет: $\delta(\lambda_s) = 0$.

У результаті застосуванням методу структурної ідентифікації моделей об'єктів з розподіленими параметрами на основі генетичних алгоритмів, на дванадцятій ітерації було отримано ІДМ розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону на стадії сушіння в такому вигляді:

$$[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}] = 0.4778 + 0.6946\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j,k};\hat{v}^+_{i-1,j,k}]\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$$
$$-0.1567\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]$$
$$-0.3141\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-2,k};\hat{v}^+_{i-1,j-2,k}] + 0.5684\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$$
$$-0.3003\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot[\hat{v}^-_{i,j-2,k};\hat{v}^+_{i,j-2,k}],\ i=1\ldots3,\ j=2\ldots7, \qquad (4.2)$$

де $[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}] = [z_{i,j,k=0} - z_{i,j,k=0}\cdot 0{,}01; z_{i,j,k=0} + z_{i,j,k=0}\cdot 0{,}01]$, {i=0, j=0,…,7}$\vee$ {i=0,…,3, j=0,…,1} – задані початкові умови.

Варто зазначити, що отримана ІДМ не є єдиною, оскільки в кожному обчислювальному експерименті її елементи дещо відрізнялися. Хоча були обчислювальні експерименти, врезультаті проведення яких було побудовано однакові інтервальні дискретні моделі. Разом з тим, спільною рисою для усіх побудованих математичних моделей є те, що, кожна з них забезпечує умови гарантованої точності.

У таблиці 4.13 подано інтервальні дискретні моделі, що були отримані при застосуванні методів структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (ПМБК) та на основі генетичних алгоритмів (ГА) для проведених експериментів, а також зазначено номери цих обчислювальних експериментів із загальної кількості – 50.

Таблиця 4.13 – Отримані ІДМ

№	Структура ІДМ (метод на основі ПМБК)	Структура ІДМ (метод на основі ГА)
1	$[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}]=0.1923-$ $0.2903\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]$ $-0.4599\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-2,k};\hat{v}^+_{i-1,j-2,k}]$ $+0.8333\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$ $+0.6309\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j,k};\hat{v}^+_{i-1,j,k}]$	$[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}]=0.4778$ $+0.6946\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j,k};\hat{v}^+_{i-1,j,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$ $-0.1567\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]$ $-0.3141\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-2,k};\hat{v}^+_{i-1,j-2,k}]$ $+0.5684\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$ $-0.3003\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i,j-2,k};\hat{v}^+_{i,j-2,k}]$
20	$[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}]=0.5173-$ $0.2211\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j,k};\hat{v}^+_{i-1,j,k}]$ $-0.3606\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]$ $+0.6034\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$ $-0.4728\cdot[\hat{v}^-_{i,j-2,k};\hat{v}^+_{i,j-2,k}]$ $+0.8523\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j,k};\hat{v}^+_{i-1,j,k}]\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$	$[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}]=0.49-$ $0.2202\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]$ $-0.2726\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-2,k};\hat{v}^+_{i-1,j-2,k}]$ $+0.6014\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$ $-0.3622\cdot[\hat{v}^-_{i,j-2,k};\hat{v}^+_{i,j-2,k}]$ $+0.6785\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j,k};\hat{v}^+_{i-1,j,k}]\cdot[\hat{v}^-_{i,j-1,k};\hat{v}^+_{i,j-1,k}]$
30	$[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}]=0.1867-$ $0.2779\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]$ $-0.4362\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-2,k};\hat{v}^+_{i-1,j-2,k}]$	$[\hat{v}^-_{i,j,k};\hat{v}^+_{i,j,k}]=-0.1482+$ $0.0017\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j-1,k};\hat{v}^+_{i-1,j-1,k}]$ $+0.6253\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^-_{i-1,j,k};\hat{v}^+_{i-1,j,k}]$

Продовження таблиці 4.13

№	Структура ІДМ (метод на основі ПМБК)	Структура ІДМ (метод на основі ГА)
30	$+0.6187\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j,k}]$ $+0.8337\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $-0.02\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$	$+0.9577\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $-0.1629\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i,j-2,k}]$ $-0.7161\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]$ $+0.2662\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]$
40	$[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]=0.49-$ $0.1625\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$ $-0.3164\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$ $+0.6008\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $+0.6969\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j,k}]\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $-0.4010\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i,j-2,k}]$	$[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]=0.2072$ $-0.0054\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $-0.4483\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]$ $+0.6075\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j,k}]$ $+0.8325\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $-0.2574\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$ $-0.0366\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$ $-0.0084\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i,j-2,k}]$
50	$[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]=0.2031-$ $0.2996\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$ $-0.0299\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $-0.4483\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]$ $+0.619\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j,k}]$ $+0.8522\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$	$[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]=0.2024-$ $0.4503\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-2,k}]$ $+0.6084\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j,k}]$ $+0.8286\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]$ $-0.2613\cdot(u_{1,0}\cdot u_{2,k}/u_{2,0}\cdot u_{1,k})\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$ $-0.0331\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i,j-1,k}]\cdot$ $\cdot[\hat{v}^{-}_{i-1,j-1,k};\hat{v}^{+}_{i-1,j-1,k}]$ $-0.0006\cdot[\hat{v}^{-}_{i,j-2,k};\hat{v}^{+}_{i,j-2,k}]$

Тепер, на основі отриманих результатів проведемо аналіз ефективності та досягнутої обчислювальної складності обох методів структурної ідентифікації ІДМ.

Спочатку розглянемо питання вибору критеріїв оцінювання методів.

Із постановки задачі, поданої у першому розділі монографії, випливає, що найскладнішою процедурою в обох методах структурної ідентифікації (на основі генетичних алгоритмів та на основі поведінкових моделей бджолиної колонії), є процедура обчислення значень функції мети $\delta(\lambda_s)$ для поточної структури ІДМ. Водночас, у праці [69] наведено результати досліджень, які підтверджують, що ефективність алгоритмів структурної ідентифікації ІДМ можна визначити за кількістю обчислень значень функції мети, як оптимізаційної задачі.

Отже, для оцінювання обчислювальної складності реалізації обох методів обраємо за показник кількість обчислень функції мети в процесі структурної ідентифікації.

На рисунку 4.2 наведено результати оцінювання обчислювальної складності реалізації як методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії (ПМБК) так і відповідно - на основі генетичних алгоритмів (ГА) для 1, 20, 30, 40 та 50 проведених обчислювальних експериментів.

За результатами порівняльного аналізу встановлено, що обчислювальна складність застосування методу структурної ідентифікації ІДМ на основі поведінкових моделей бджолиної колонії для усіх 50-ти обчислювальних експериментів щонайменше на 6% нижча, ніж на основі генетичних алгоритмів. Варто зазначити, що для переважної більшості експериментів обчислювальна складність застосування методу основі поведінкових моделей бджолиної колонії виявилася нижчою більше ніж на 20%.

Складність отриманих моделей оцінювали як кількістю елементів, так і за складністю оперування отриманою моделлю. Останню визначали за кількістю операцій множення, які необхідно виконати, щоб отримати прогнозоване значення модельованої характеристики в одній точці.

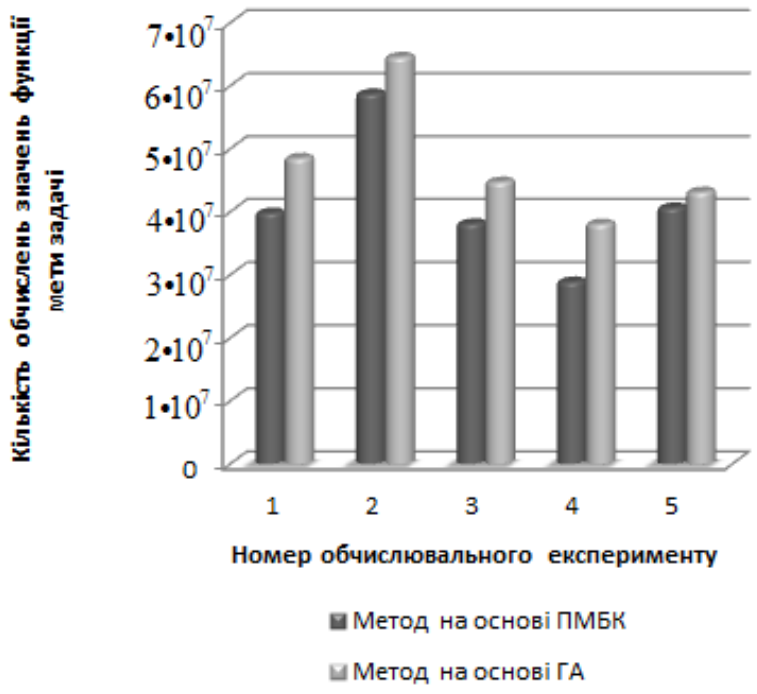


Рис. 4.2. – Результати оцінювання обчислювальної складності двох методів структурної ідентифікації

Результати проведеного порівняння складності отриманих структур ІДМ проілюстровано на рисунках 4.3 та 4.4.

Як бачимо з цих рисунків, структури ІДМ, які отримано врезультаті застосування методу структурної ідентифікації, який своєю чергою ґрунтується на поведінкових моделях бджолиної колонії, є простішими, ніж структури ІДМ, отримані на основі генетичних алгоритмів. Причому, зазначені ІДМ є простішими як за кількістю елементів, так і за кількістю операцій множення для прогнозування модельованих характеристик. Поясненням простоти структур ІДМ, які отримано методом структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, є властивість ширшого покриття простору пошуку розв’язків оптимізаційної задачі, яка описана в п. 3.4.

Крім того, як бачимо з порівняння структур, наведених в таблиці 4.13, побудовані ІДМ за допомогою методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії одночасно враховують більший діапазон зміни значень чинників процесу.

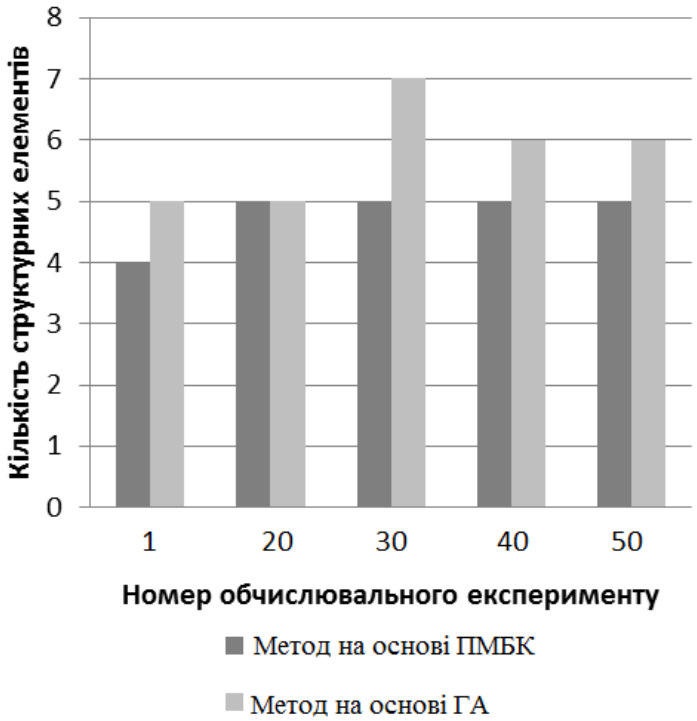


Рис. 4.3. – Кількість структурних елементів у отриманих структурах моделей у вигляді ІДМ

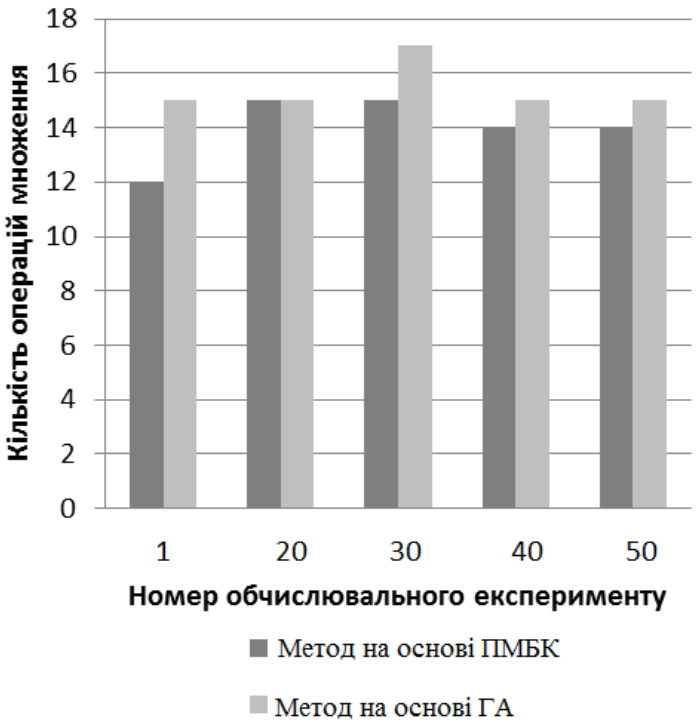


Рис. 4.4. – Кількість операцій множення, які необхідно виконати для прогнозування значення вологості на поверхні листа гіпсокартону для однієї точки

Тепер, дещо ускладним задачу побудови ІДМ розподілу вологості на листі гіпсокартону, а саме із урахуванням температурного поля у сушильній камері.

Як уже зазначалося раніше, допустимий рівень вологості на поверхні листа повинен бути в межах від 0,6 – 0,9% і бажано, щоб цей розподіл був якомога рівномірнішим. Очевидно, що забезпечення рівномірного розподілу вологості можна досягнути керуючи температурним полем у сушильній камері.

Експериментальне визначення оптимального розподілу температурного поля для отримання кінцевої продукції високої якості на виробництві призведе до високих витрат. Тому доцільно побудувати математичну модель для дослідження впливу температурного поля у сушильній камері на кінцевий розподіл вологості на листі гіпсокартону.

За таких умов, задачу ідентифікації моделі розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону потрібно розглядати, як задачу ідентифікації об’єкта з розподіленими параметрами з просторово-розподіленими керуючими факторами (значення керуючих факторів не є сталими для усіх вузлів вимірювальної сітки), тоді доцільно переписати загальний вигляд ІДМ (1.20) наступним чином:

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}] = [\hat{v}^{-}_{i,j,h,k}; \hat{v}^{+}_{i,j,h,k}] = \vec{f}^{\,T}([\hat{v}_{i-d,j-d,h-d,k-d}],\ldots,[\hat{v}_{j-d+1,d,d,d}],\ldots,$$
$$[\hat{v}_{i,j,h-1,k}], \eta_1(i,j,h,k),\ldots,\eta_p(i,j,h,k)) \cdot \hat{\vec{g}},\ i = d,\ldots,I,\ j = d,\ldots,J,$$
$$h = d,\ldots,H,\ k = 1,\ldots,K,\ p = 1,\ldots,P. \qquad (4.3)$$

При цьому, функція керування може бути задана як аналітично, так і таблично. Наприклад, у випадку двовимірної вимірювальної сітки, розподіл керуючого фактору можна подати у вигляді таблично заданої функції $\eta_1(i,j,k)$, наступним чином:

Таблиця 4.14 – Таблично задана функція $\eta_1(i,j,k)$

$j \backslash i$	0	…	I
0	$\eta_1(0,0,1)$	…	$\eta_1(I,0,1)$
⋮	⋮	⋮	⋮
J	$\eta_1(0,J,1)$	…	$\eta_1(I,J,1)$

Наприклад, у табл. 4.14 значення $\eta_1(0,0,1)$ означає відоме значення фактору керування у вузлі вимірювальної сітки з координатами i=0, j=0, в момент часу k=1.

У випадку ідентифікації математичної моделі розподілу вологості на поверхні листа гіпсокартону, як просторово-розподілений фактор керування, у вигляді функції $\eta_1(i, j, k)$ будемо розглядати показники температури у різних точках сушильної камери. Значення функції $\eta_1(i, j, k)$ будемо задавати дискретно у табличному вигляді.

Спочатку було отримано експериментальні дані для випадку, коли значення температури в кожній точці сушильної камери були близькими. Дискретні значення функції температури $\eta_1(i, j,1)$ в сушильній камері наведено в табл. 4.15.

Таблиця 4.15 – Дискретні значення функції температури $\eta_1(i, j,1)$, (°С) у сушильній камері

i \ j	0	1	2	3	4	5	6	7
0	125	125	125	125	125	125	125	125
1	125	125	125	125	125	125	125	125
2	125	125	125	125	125	125	125	125
3	125	125	125	125	125	125	125	125

Експериментальні дані виміряної вологості, без урахування похибки, представлені у табл. 4.16.

Таблиця 4.16 – Значення виміряної відносної вологості, (%) у точках із заданими координатами i, j

i \ j	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,60	0,63	0,66	0,66	0,68	0,65	0,62	0,61
1	0,68	0,74	0,78	0,82	0,85	0,83	0,79	0,71
2	0,72	0,78	0,82	0,85	0,86	0,82	0,78	0,73
3	0,62	0,63	0,68	0,70	0,71	0,67	0,66	0,65

З урахуванням 5% похибки вимірювань їх доцільно представити в інтервальному вигляді. Наприклад, інтервальне значення вологості в точці з координатами i=0, j=0 матиме такий вигляд: $[z_{0,0}^{-}; z_{0,0}^{+}] = [0{,}57; 0{,}63]$. Тепер задамо початкові умови для побудови ІДМ в межах похибок вимірювань експериментальних даних: $[\hat{v}_{0,0,1}^{-}; \hat{v}_{0,0,1}^{+}] = [0{,}59; 0{,}60]$; $[\hat{v}_{0,1,1}^{-}; \hat{v}_{0,1,1}^{+}] = [0{,}62; 0{,}63]$; $[\hat{v}_{0,2,1}^{-}; \hat{v}_{0,2,1}^{+}] = [0{,}65; 0{,}66]$; $[\hat{v}_{0,3,1}^{-}; \hat{v}_{0,3,1}^{+}] = [0{,}65; 0{,}66]$; $[\hat{v}_{0,4,1}^{-}; \hat{v}_{0,4,1}^{+}] = [0{,}67; 0{,}68]$; $[\hat{v}_{0,5,1}^{-}; \hat{v}_{0,5,1}^{+}] = [0{,}64; 0{,}65]$; $[\hat{v}_{0,6,1}^{-}; \hat{v}_{0,6,1}^{+}] = [0{,}61; 0{,}62]$; $[\hat{v}_{0,7,1}^{-}; \hat{v}_{0,7,1}^{+}] = [0{,}60; 0{,}61]$; $[\hat{v}_{1,0,1}^{-}; \hat{v}_{1,0,1}^{+}] = [0{,}67; 0{,}68]$; $[\hat{v}_{1,1,1}^{-}; \hat{v}_{1,1,1}^{+}] = [0{,}73; 0{,}74]$; $[\hat{v}_{2,0,1}^{-}; \hat{v}_{2,0,1}^{+}] = [0{,}71; 0{,}72]$; $[\hat{v}_{2,1,1}^{-}; \hat{v}_{2,1,1}^{+}] = [0{,}77; 0{,}77]$; $[\hat{v}_{3,0,1}^{-}; \hat{v}_{3,0,1}^{+}] = [0{,}61; 0{,}62]$; $[\hat{v}_{3,1,1}^{-}; \hat{v}_{3,1,1}^{+}] = [0{,}62; 0{,}63]$.

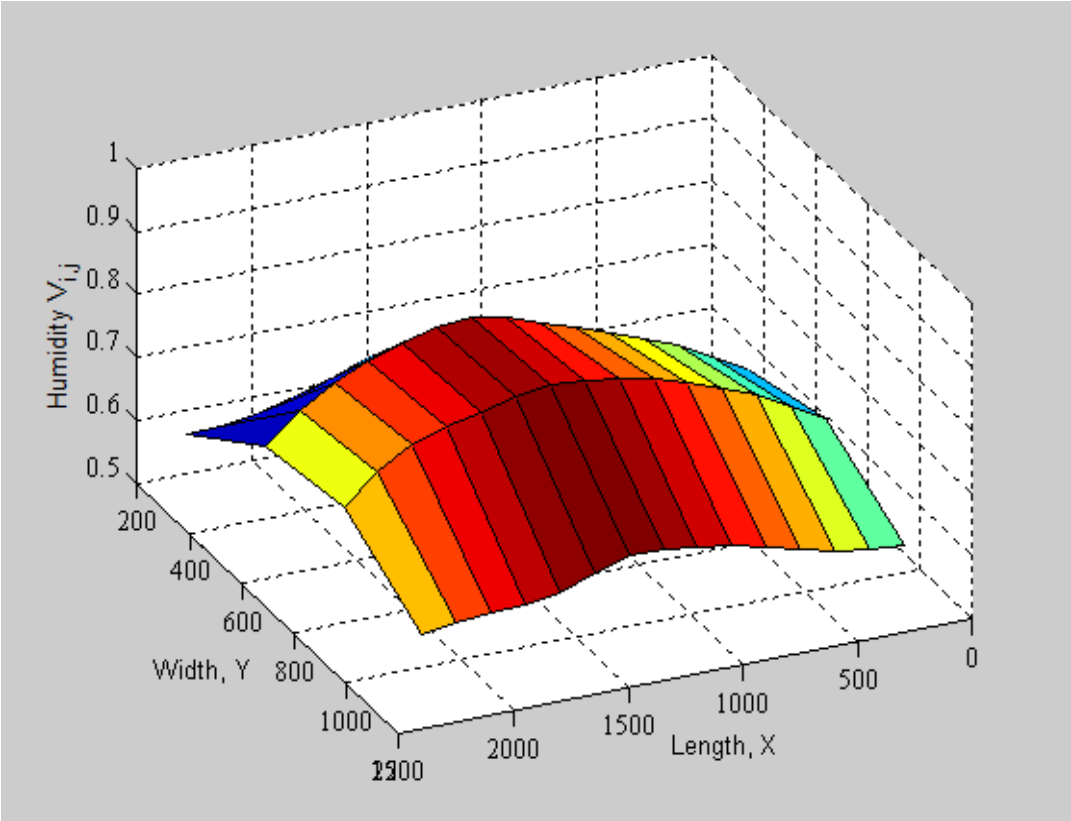


Рис. 4.5. – Розподіл вологості на листі гіпсокартону при заданій температурі $\eta_1(i, j, 1)$

У результаті застосування методу структурної ідентифікації ІДМ на основі поведінкових моделей бджолиної колонії та методу параметричної ідентифікації ІДМ на основі напрямляючого конуса Растригіна, отримано наступну структуру моделі:

$$[v^-_{i,j,k}; v^+_{i,j,k}] = \hat{g}_1 + \hat{g}_2 \cdot (\eta_p(i-1,j,k)/\eta_p(i-1,j-1,k)) \cdot [v^-_{i-1,j-1,k}; v^+_{i-1,j-1,k}] \cdot$$
$$\cdot [v^-_{i-1,j-1,k}; v^+_{i-1,j-1,k}] + \hat{g}_3 \cdot (\eta_p(i,j,k)/\eta_p(i-1,j-2,k)) \cdot [v^-_{i-1,j-2,k}; v^+_{i-1,j-2,k}] +$$
$$\hat{g}_4 \cdot (\eta_p(i,j,k)/\eta_p(i-1,j-1,k)) \cdot [v^-_{i-1,j-1,k}; v^+_{i-1,j-1,k}]/[v^-_{i,j-1,k}; v^+_{i,j-1,k}] +$$
$$\hat{g}_5 \cdot (\eta_p(i-1,j,k)/\eta_p(i,j,k)) \cdot [v^-_{i-1,j,k}; v^+_{i-1,j,k}] + \hat{g}_6 \cdot [v^-_{i,j-1,k}; v^+_{i,j-1,k}], \quad (4.4)$$
$$i = 1,\ldots,3,\ j = 2,\ldots,7,\ k = 1,2,\ p = 1,$$

де $\hat{g}_1 = 0{,}8993$; $\hat{g}_2 = 0{,}0365$; $\hat{g}_3 = 0{,}0345$; $\hat{g}_4 = -0{,}0307$; $\hat{g}_5 = -0{,}0015$, $\hat{g}_6 = -0{,}3074$ – оцінки параметрів ІДМ, отримані на основі застосування процедур випадкового пошуку.

Із рисунків 4.5 та 4.6 видно, що при сталому температурному полі в сушильній камері рівень вологості гіпсокартону в центрі листа є вищим, ніж на його краях, що відповідає фізичним особливостям процесу.

Тепер, із застосуванням отриманої моделі (4.4) змоделюємо розподіл вологості на листі гіпсокартону для іншого температурного поля. Для цього функцію розподіленого керування, яка задає температурне поле в камері, підберемо, виходячи із фізичних міркувань, але у такий спосіб, щоб забезпечити якомога рівномірніший розподіл вологості на листі гіпсокартону.

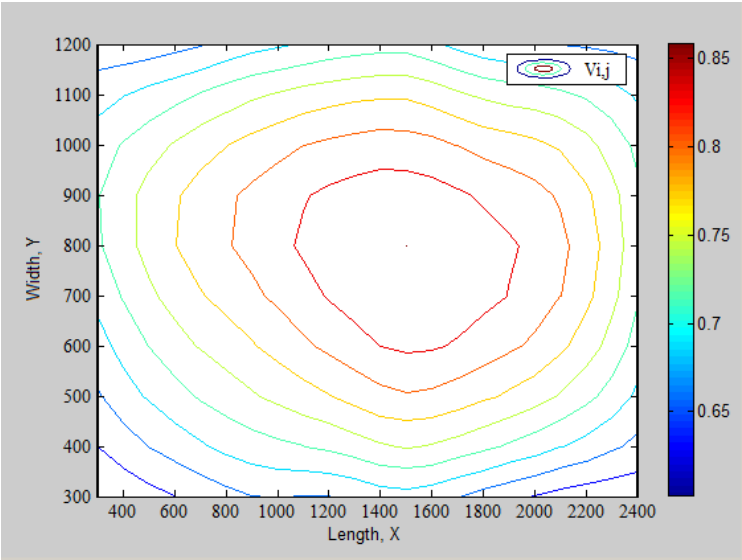


Рис. 4.6. – Лінії рівня розподілу вологості на листі гіпсокартону при заданій температурі $\eta_1(i, j, 1)$

Дискретні значення функції температури $\eta_1(i, j, 2)$ в сушильній камері, наведено в таблиці 4.17.

Таблиця 4.17 – Дискретні значення функції температури $\eta_1(i, j, 2)$, (°C) у сушильній камері

j \ i	0	1	2	3	4	5	6	7
0	120	120	120	120	120	120	120	120
1	120	125	130	135	135	130	125	120
2	120	125	130	135	135	130	125	120
3	120	120	120	120	120	120	120	120

У табличному представленні функції $\eta_1(i, j, 2)$ видно, що температура в сушильній камері зростає в напрямку до її центру. Початкові умови для цього випадку моделювання було задано у такий спосіб: $[\hat{v}_{0,0,1}] = [0{,}693; 0{,}707]$; $[\hat{v}_{0,1,1}] = [0{,}727; 0{,}7373]$; $[\hat{v}_{0,2,1}] = [0{,}7128; 0{,}7272]$; $[\hat{v}_{0,3,1}] = [0{,}7227; 0{,}7372]$; $[\hat{v}_{0,4,1}] = [0{,}7127; 0{,}7272]$; $[\hat{v}_{0,5,1}] = [0{,}7029; 0{,}7171]$; $[\hat{v}_{0,6,1}] = [0{,}7029; 0{,}7171]$; $[\hat{v}_{0,7,1}] = [0{,}7128; 0{,}7272]$; $[\hat{v}_{1,0,1}] = [0{,}7029; 0{,}7171]$; $[\hat{v}_{1,1,1}] = [0{,}693; 0{,}707]$; $[\hat{v}_{2,0,1}] = [0{,}7128; 0{,}7272]$; $[\hat{v}_{2,1,1}] = [0{,}7029; 0{,}7171]$; $[\hat{v}_{3,0,1}] = [0{,}7128; 0{,}7272]$; $[\hat{v}_{3,1,1}] = [0{,}693; 0{,}707]$.

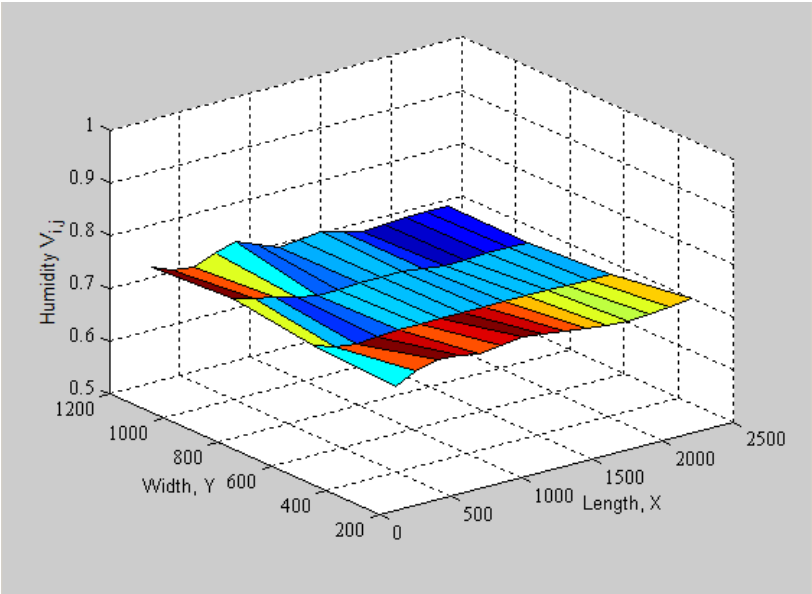


Рис. 4.7. – Розподіл вологості на листі гіпсокартону при заданому температурному полі $\eta_1(i, j, 2)$

Результати моделювання процесу сушіння гіпсокартону у випадку температурного поля заданого функцією $\eta_1(i, j, 2)$ подано на рисунках 4.7 та 4.8.

Із рисунків 4.7 та 4.8 видно, що математична модель (4.4) адекватно відображає розподіл вологості на листі гіпсокартону при реалізації процесу його сушіння. Адже підвищення температури в центрі сушильної камери призводить до зниження рівня вологості у центрі листа гіпсокартону, що повністю узгоджено з особливостями фізичного процесу.

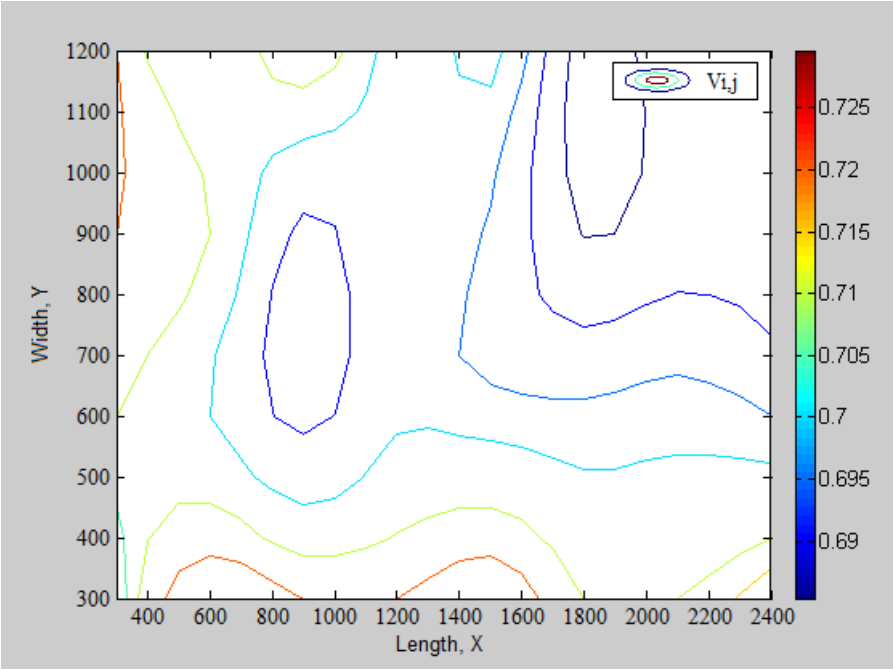


Рис. 4.8. – Лінії рівня розподілу вологості на листі гіпсокартону при заданому температурному полі $\eta_1(i, j, 2)$

Таким чином, із розглянутого прикладу бачимо, що запропонований метод ідентифікації моделей об’єктів із розподіленими параметрами дає можливість адекватно ураховувати функцію керування об’єктом, яка також є просторово розподіленою. Важливою особливістю запропонованого методу є його можливість достатньо ефективно обходити локальні мінімуми, тобто відкидати ті набори структурних елементів моделі, які не забезпечують її задані прогностичні властивості, чи призводять до переускладнення.

4.2 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі розподілу інформативних характеристик на поверхні середовища хірургічного втручання (застосування для медицини)

У процесі проведення хірургічної операції на органах шиї, зокрема на щитоподібній залозі, постає проблема візуалізації зворотного гортанного нерва з метою зменшення ризику його пошкодження. Візуалізація ускладнюється як індивідуальними анатомічними особливостями будови щитоподібної залози у кожного пацієна, так і місцем її розташування на тілі людини. Зокрема, щитоподібна залоза розташована на шиї людини, під гортанню. Ця зона тіла містить багато таких важливих анатомічних утворень, як судини, нерви, трахея, стравохід тощо. Звісно ж, пошкодження під час хірургічної операції будь-якого анатомічного утворення на шиї є потенційно небезпечним для людини [189]. Верхні гортанні нерви знаходяться на рівні верхнього полюса доль щитоподібної залози і пошкодження у процесі хірургічної операції на щитоподібній залозі може призвести до порушень роботи шийних відділів трахеї та стравоходу, порушень звуковимови, дихальних розладів, втрати голосу тощо [96]. При таких наслідках профілактика пошкоджень зворотного гортанного нерва є нагально необхідною і становить актуальну задачу ендокринної хірургії.

У праці [96] розглянуто пристрій, який використовують для ідентифікації зворотного гортанного нерва. Принцип роботи пристрою полягає в наступному: в дихальній трубці ларингеальної маски (над голосовими зв'язками) встановлюють сенсор звукових сигналів, далі тканини хірургічної рани подразнюють змінним струмом. Струм проходить по тканинах хірургічної рани аж до гортанного нерва, який у свою чергу керує натягом голосових зв’язок. Електричний опір для м’язової тканини є вищий, ніж для нервової. Відповідно чим ближче знаходиться подразнена ділянка до гортанного нерва, тим сильніше скорочуються голосові зв’язки пацієнта. Скорочення голосових зв'язок модулює звуковий сигнал, який виникає внаслідок вхиху та видиху пацієнта. Результуючий промодульований звуковий сигнал фіксують сенсором звукових коливань та через підсилювач подають на комп’ютер для опрацювання [96]. У результаті опрацювання, отримуємо значення

максимальної амплітуди інформаційного сигналу та записуємо його у файл даних в інтервальному вигляді, на основі урахування похибок вимірювального пристрою.

Таким чином, у результаті подразнення тканин хірургічної рани змінним струмом отримуємо інформаційний звуковий сигнал, параметри якого дають можливість визначити розміщення нерва, а також оцінити найкоротшу відстань від точки подразнення до нього [96]. Враховуючи важливість визначення місцезнаходження зворотного гортанного нерва на хірургічній рані, доцільно побудувати математичну модель розподілу максимальної амплітуди інформаційного сигналу на хірургічній рані. Така модель дала б можливість оцінити інтервал значень максимальної амплітуди інформаційного сигналу, залежно від розташування точки подразнення на хірургічній рані і на основі порівняння цього інтервалу з пороговим значенням максимальної амплітуди встановлювала б область, де розміщено зворотній гортанний нерв.

Для розв’язування цієї задачі доцільно використати ІДМ (різницеву схему), яку налаштовуємо за результатами вибіркових вимірювань для різних пацієнтів.

Побудова ІДМ розподілу максимальної амплітуди інформаційного сигналу на площині хірургічної рани для отриманих даних групи пацієнтів дозволить зменшити кількість вимірювань максимальної амплітуди для налаштування моделі для конкретного пацієнта, чим зменшить витрати часу на моніторинг області локалізації зворотного гортанного нерва.

Результати вимірювань амплітуди інформаційного сигналу на поверхні хірургічної рани під час операції на щитоподібній залозі, описаним вище способом, подано у таблиці 4.18.

У таблиці 4.18 позначено: *i* та *j* – дискретні координати точки подразнення змінним струмом на площині хірургічної рани; $[z_{i,j}^{-}; z_{i,j}^{+}]$ – виміряні у відповідних точках інтервали значень максимальної амплітуди інформаційного сигналу.

Для синтезу структури ІДМ за допомогою методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії було згенеровано множину структурних елементів *F* з потужністю *L*=44.

Множина структурних елементів містить поліноміальні функції, не вищі від другого степеня для ІДМ не вище другого порядку.

У результаті отримано таблицю 4.19 – упорядковану множину структурних елементів.

Таблиця 4.18 – Виміряні інтервальні значення максимальної амплітуди інформаційного сигналу

№	Координати		Значення амплітуди		№	Координати		Значення амплітуди	
	i	j	$[z_{i,j}^{-};z_{i,j}^{+}]$			i	j	$[z_{i,j}^{-};z_{i,j}^{+}]$	
1	0	0	11,53263	8,097375	19	0	3	18,67663	13,11338
2	1	0	13,61238	9,557625	20	1	3	33,2525	23,3475
3	2	0	18,57088	13,03913	21	2	3	61,45838	43,15163
4	3	0	21,7845	15,2955	22	3	3	67,5625	47,4375
5	4	0	28,28813	19,86188	23	4	3	65,79883	46,19918
6	5	0	36,53075	25,64925	24	5	3	61,6875	43,3125
7	0	1	12,90738	9,062625	25	0	4	18,80118	13,20083
8	1	1	20,539	14,421	26	1	4	45,825	32,175
9	2	1	30,92013	21,70988	27	2	4	61,6875	43,3125
10	3	1	40,68438	28,56563	28	3	4	66,975	47,025
11	4	1	48,21025	33,84975	29	4	4	63,44883	44,54918
12	5	1	61,288	43,032	30	5	4	38,1875	26,8125
13	0	2	14,45838	10,15163	31	0	5	23,49883	16,49918
14	1	2	25,8265	18,1335	32	1	5	53,4625	37,5375
15	2	2	44,98958	31,58843	33	2	5	66,09375	46,40625
16	3	2	53,93838	37,87163	34	3	5	59,925	42,075
17	4	2	68,20758	47,89043	35	4	5	34,6625	24,3375
18	5	2	72,20963	50,70038	36	5	5	24,0875	16,9125

Таблиця 4.19 – Множина *F* структурних елементів

№пп	Структурний елемент	№пп	Структурний елемент
1	$v_{i,j-1}$	23	$v_{i-2,j-2} \cdot v_{i,j-2}$
2	$v_{i,j-2}$	24	$v_{i-1,j} \cdot v_{i-1,j}$
3	$v_{i-1,j}$	25	$v_{i-1,j-1} \cdot v_{i-1,j}$
4	$v_{i-1,j-1}$	26	$v_{i-1,j-2} \cdot v_{i-1,j}$
5	$v_{i-1,j-2}$	27	$v_{i-2,j} \cdot v_{i-1,j}$
6	$v_{i-2,j}$	28	$v_{i-2j-1} \cdot v_{i-1,j}$
7	v_{i-2j-1}	29	$v_{i-2,j-2} \cdot v_{i-1,j}$
8	$v_{i-2,j-2}$	30	$v_{i-1,j-1} \cdot v_{i-1,j-1}$
9	$v_{i,j-1} \cdot v_{i,j-1}$	31	$v_{i-1,j-2} \cdot v_{i-1,j-1}$
10	$v_{i,j-2} \cdot v_{i,j-1}$	32	$v_{i-2,j} \cdot v_{i-1,j-1}$
11	$v_{i-1,j} \cdot v_{i,j-1}$	33	$v_{i-2j-1} \cdot v_{i-1,j-1}$
12	$v_{i-1,j-1} \cdot v_{i,j-1}$	34	$v_{i-2,j-2} \cdot v_{i-1,j-1}$
13	$v_{i-1,j-2} \cdot v_{i,j-1}$	35	$v_{i-1,j-2} \cdot v_{i-1,j-2}$
14	$v_{i-2,j} \cdot v_{i,j-1}$	36	$v_{i-2,j} \cdot v_{i-1,j-2}$
15	$v_{i-2j-1} \cdot v_{i,j-1}$	37	$v_{i-2j-1} \cdot v_{i-1,j-2}$
16	$v_{i-2,j-2} \cdot v_{i,j-1}$	38	$v_{i-2,j-2} \cdot v_{i-1,j-2}$
17	$v_{i,j-2} \cdot v_{i,j-2}$	39	$v_{i-2,j} \cdot v_{i-2,j}$
18	$v_{i-1,j} \cdot v_{i,j-2}$	40	$v_{i-2j-1} \cdot v_{i-2,j}$
19	$v_{i-1,j-1} \cdot v_{i,j-2}$	41	$v_{i-2,j-2} \cdot v_{i-2,j}$
20	$v_{i-1,j-2} \cdot v_{i,j-2}$	42	$v_{i-2j-1} \cdot v_{i-2j-1}$
21	$v_{i-2,j} \cdot v_{i,j-2}$	43	$v_{i-2,j-2} v_{i-2j-1}$
22	$v_{i-2j-1} \cdot v_{i,j-2}$	44	$v_{i-2,j-2} \cdot v_{i-2,j-2}$

Вхідні параметри для обчислювальної схеми реалізації методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної

колонії задаємо наступним чином: *MCN=100*; *Limit=4*; *S=10*; $[I_{\min}; I_{\max}]$=[5; 7].

Далі, згідно зі схемою реалізації методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, випадковим чином генеруємо початкову множину Λ_0 структур ІДМ та обчислюємо для кожної з них значення показника якості, тобто значення функції мети $\delta(\lambda_s)$.

Далі упорядковуємо початкову множину Λ_0 структур ІДМ відповідно до обчислених значень функції мети, тобто у такому порядку: $\delta(\lambda_1) < \delta(\lambda_2) < ... < \delta(\lambda_s) < ... < \delta(\lambda_S)$, де $s = 1 \ldots S$..

Як результат, отримуємо таблицю 4.20, яка містить упорядковану множину структур ІДМ.

Таблиця 4.20 – Упорядкована початкова множина структур Λ_0

№ пп	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s, $s = 1 \ldots S$.	$\delta(\lambda_s)$	m_s
1	4, 26, 33, 37, 40	0,5932	5
2	1, 13, 15, 27, 29	0,6672	5
3	5, 10, 12, 16, 38, 42	0,6811	6
4	7, 11, 27, 29, 32, 34, 44	0,7634	7
5	3, 5, 17, 29, 34, 41	0,9234	6
6	11, 14, 21, 36, 39	0,9265	5
7	3, 7, 8, 11, 25, 27, 40	1,2003	7
8	8, 11, 26, 29, 33, 39, 43	1,3493	7
9	6, 8, 12, 19, 33, 35	2,4954	6
10	5, 9, 20, 26, 38	3,3221	5

У процесі обчислень із застосуванням спеціалізованого програмного комплексу, на п'ятій ітерації реалізації методу структурної ідентифікації отримано адекватну математичну модель розподілу максимальної амплітуди інформаційного сигналу у такому вигляді:

$$[\hat{v}_{i,j}^{-};\hat{v}_{i,j}^{+}] = 0.2109 + 0.2025\cdot[\hat{v}_{i,j-2}^{-};\hat{v}_{i,j-2}^{+}] +$$
$$0.8346\cdot[\hat{v}_{i-1,j}^{-};\hat{v}_{i-1,j}^{+}] + 0.2437\cdot[\hat{v}_{i-1,j+2}^{-};\hat{v}_{i-1,j-2}^{+}] + 0.6951\cdot[\hat{v}_{i-1,j-1}^{-};\hat{v}_{i-1,j-1}^{+}] -$$
$$0.0004\cdot[\hat{v}_{i,j-1}^{-};\hat{v}_{i,j-1}^{+}]\cdot[\hat{v}_{i-2,j-2}^{-};\hat{v}_{i-2,j-2}^{+}] - 0.0236\cdot[\hat{v}_{i-1,j-1}^{-};\hat{v}_{i-1,j-1}^{+}]\cdot[\hat{v}_{i-1,j-2}^{-};\hat{v}_{i-1,j-2}^{+}],$$
$$i=2\ldots5,\ j=2\ldots5, \qquad (4.5)$$

де $[\hat{v}_{i,j}^{-};\hat{v}_{i,j}^{+}] \subset [z_{i,j}^{-};z_{i,j}^{+}] = [z_{i,j} - z_{i,j}\cdot 0{,}01; z_{i,j} + z_{i,j}\cdot 0{,}01]$ та {i=0,1,j=0,…,5}$\vee$ {i=0,…,5, j=0,…,1} – задані початкові умови.

Отримана математична модель у вигляді ІДМ (4.5) дає можливість визначити ризиконебезпечну область хірургічного втручання. Слід зазначити, що перед застосуванням моделі спочатку її верифіковували.

Верифікацію ІДМ проводили у наступній послідовності. Спочатку задали початкові умови у вигляді інтервалів значень максимальної амплітуди інформаційного сигналу, які отримали як результат подразнення хірургом множини точок на площині поверхні хірургічної рани (точки із координатами:{i=0,1, j=0,…,5}$\vee${i=0,…,5, j=0,…,1}). Далі, на основі отриманої моделі (4.5) обчислили інтервали значень максимальної амплітуди інформаційного сигналу в точках на поверхні хірургічної рани (точки із координатами:{i=2…5, j=2,…,5}). В результаті встановили, що прогнозовані інтервали значень максимальної амплітуди, отримані на основі ІДМ (4.5), належать до відповідних інтервалів виміряних значень, що забезпечує гарантовану точність моделі та підтверджує її адекватність.

Таким чином, отримана ІДМ (4.5) може бути використана для визначення області безпечного хірургічного втручання кожного пацієнта. Для цього задаємо початкові умови у вигляді інтервалів значень максимальної амплітуди інформаційного сигналу, які отримали як результат подразнення хірургом певних точок на поверхні хірургічної рани (точки із координатами:{i=0,1, j=0,…,5}$\vee${i=0,…,5, j=0,…,1}). Потім, з використанням ІДМ (4.5)

знаходимо прогнозований розподіл максимальної амплітуди інформаційного сигналу. Приклад зазначеного розподілу максимальної амплітуди інформаційних сигналів проілюстровано на рисунку 4.9. Як бачимо, «гребінь» отриманого розподілу, відповідає найбільшим значенням максимальної амплітуди інформаційних сигналів, отриманих як результати подразнень змінним струмом зворотнього гортанного нерва. Проекція цього «гребеня» на площину хірургічної рани, яка відповідає найбільшим значенням максимальної амплітуди інформаційних сигналів, визначає ризиконебезпечну ділянку хірургічного втручання. При чому, ця ділянка визначена із урахуванням інтервальних похибок при встановленні максимальної амплітуди інформаційного сигналу.

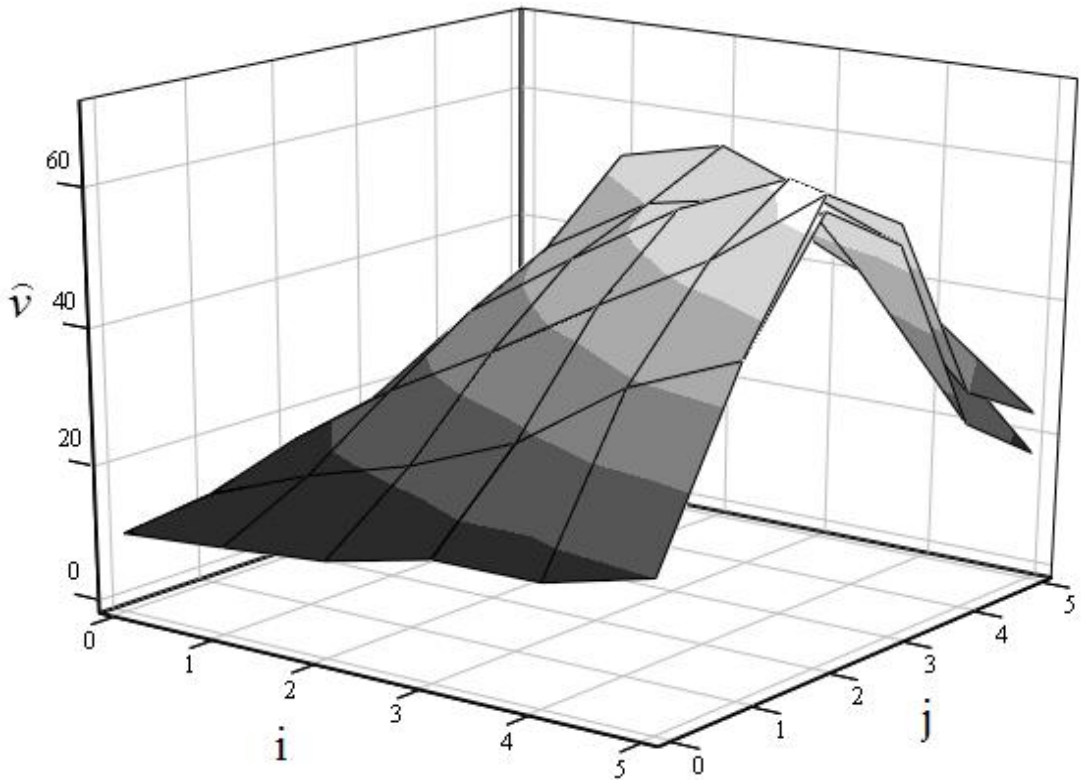


Рис. 4.9. – Коридор інтервальних моделей для розподілу максимальної амплітуди інформаційного сигналу

На рисунку 4.10 проілюстровано фрагмент ризиконебезпечної ділянки хірургічного втручання.

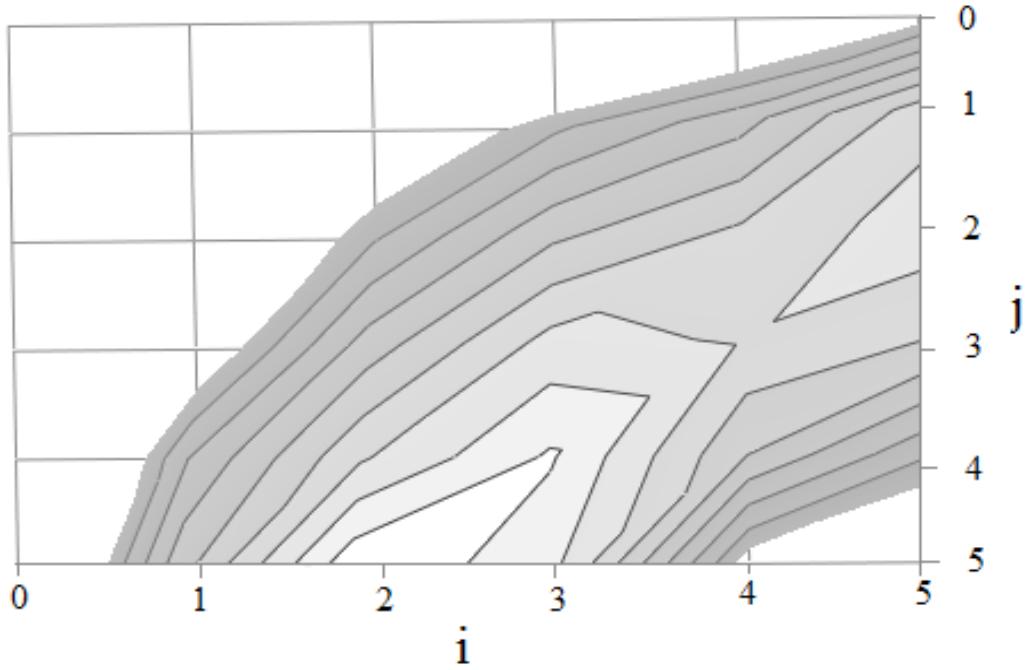


Рис. 4.10. – Ілюстрація фрагменту ризиконебезпечної ділянки розміщення зворотного гортанного нерва на поверхні хірургічної рани

4.3 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі динаміки добового циклу концентрацій окису вуглецю

Моніторинг забруднення довкілля шкідливими викидами автотранспорту є однією із найбільших проблем сьогодення. Складовими систем екологічного моніторингу, як елементів для підтримки прийняття рішень, є математичні моделі, які описують зміну концентрацій шкідливих викидів автотранспорту. Серед найбільш шкідливих компонент з великими концентраціями у вихлопних газах вважають окисли вуглицю та діоксид азоту. Тому моделювання динаміки добового циклу концентрацій окису вуглецю внаслідок забруднення приземистого шару атмосфери шкідливими викидами автотранспорту є важливою задачею. Якщо досліджувати та моделювати просторовий розподіл і поширення концентрацій окислу вуглицю в приземистому шарі атмосфери, то в цьому випадку об’єкт дослідження слід вважати з розподіленими параметрами. Разом з тим, як вже зазначалося, з точки зору макромоделювання, ІДМ динаміки концентрацій окислу вуглецю в одній точці можемо вважати частковим випадком макромоделей об’єктів з розподіленими

параметрами, а для її ідентифікації доцільно використовувати розглянуті методи структурної ідентифікації.

Таблиця 4.21 – Вихідні дані для моделювання динаміки концентрацій окису вуглецю

Номер дискрети, k	Час, t	Нижня межа концентрації, z_k^-	Верхня межа концентрації, z_k^+	Кількість авто, u_k
-	Година	Мг/м^3	Мг/м^3	Одиниць
1	01:00:00	2,2	3,7	853
2	02:00:00	1,9	3,2	721
3	03:00:00	2,1	3,5	634
4	04:00:00	2,2	3,7	763
5	05:00:00	2,6	4,3	972
6	06:00:00	4,2	7	1831
7	07:00:00	5	8,3	2675
8	08:00:00	5,2	8,7	2707
9	09:00:00	4,7	7,8	2517
10	10:00:00	5,8	9,7	2834
11	11:00:00	4,9	8,2	2528
12	12:00:00	4,7	7,8	2476
13	13:00:00	5,6	9,3	2875
14	14:00:00	4,2	7	2178
15	15:00:00	5,3	8,8	2714
16	16:00:00	5,6	9,3	2635
17	17:00:00	4,7	7,8	2406
18	18:00:00	4,5	7,5	2382
19	19:00:00	4,1	6,8	2152
20	20:00:00	3,5	5,8	1934
21	21:00:00	2,8	4,7	1303
22	22:00:00	2,7	4,5	1056
23	23:00:00	2,6	4,3	878
24	24:00:00	2,3	3,8	861

Для прикладу, обрано результати досліджень зміни концентрацій шкідливих викидів окису вуглецю протягом доби у точці міста Тернопіль на перехресті вулиць „Бродівська – Збаразька – Довга“. Вимірювання проводили протягом доби – 7 квітня 2015 року. Похибка вимірювань концентрацій окису вуглецю спектроаналізатором типу „СФ-26“ складала 25 %. Беручи до уваги відносну похибку вимірювань, інтервали можливих значень концентрацій шкідливих викидів окису вуглецю обчислено за такою формулою:

$$[z_k^-; z_k^+] = [z_k - z_k \cdot 0{,}25; z_k + z_k \cdot 0{,}25],$$

де $[z_k^-; z_k^+]$ – інтервал значень виміряної z_k концентрації окису вуглецю, щогодини.

Таблиця 4.21 відображає отримані інтервальні оцінки концентрацій окису вуглецю, а також відповідну кількість автотранспортних одиниць щогодини.

Таблиця 4.22 – Множина *F* структурних елементів ІДМ динаміки добового циклу концентрацій окису вуглецю

№	Структурний елемент	№	Структурний елемент
1	v_{k-3}	24	$v_{k-3} \cdot u_{k-3} / u_k$
2	v_{k-2}	25	$v_{k-3} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
3	v_{k-1}	26	$v_{k-3} \cdot u_{k-2} / u_{k-3}$
4	v_{k-3}^2	27	$v_{k-3} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
5	v_{k-2}^2	28	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
6	v_{k-1}^2	29	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
7	$v_{k-3} \cdot v_{k-1}$	30	$v_{k-3} \cdot u_{k-1} / u_k$
8	$v_{k-3} \cdot v_{k-2}$	31	$v_{k-3} \cdot u_k / u_{k-2}$
9	$v_{k-2} \cdot v_{k-1}$	32	$v_{k-3} \cdot u_k / u_{k-3}$

Продовження таблиці 4.22

№	Структурний елемент	№	Структурний елемент
10	$v_{k-1} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$	33	$v_{k-3} \cdot u_k / u_{k-1}$
11	$v_{k-1} \cdot u_{k-3} / u_{k-2}$	34	$v_{k-2} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$
12	$v_{k-1} \cdot u_{k-3} / u_k$	35	$v_{k-2} \cdot u_{k-3} / u_{k-2}$
13	$v_{k-1} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$	36	$v_{k-2} \cdot u_{k-3} / u_k$
14	$v_{k-1} \cdot u_{k-2} / u_{k-3}$	37	$v_{k-2} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
15	$v_{k-1} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$	38	$v_{k-2} \cdot u_{k-2} / u_{k-3}$
16	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$	39	$v_{k-2} \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$
17	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$	40	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-2}$
18	$v_{k-1} \cdot u_{k-1} / u_k$	41	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_{k-3}$
19	$v_{k-1} \cdot u_k / u_{k-2}$	42	$v_{k-2} \cdot u_{k-1} / u_k$
20	$v_{k-1} \cdot u_k / u_{k-3}$	43	$v_{k-2} \cdot u_k / u_{k-2}$
21	$v_{k-1} \cdot u_k / u_{k-1}$	44	$v_{k-2} \cdot u_k / u_{k-3}$
22	$v_{k-3} \cdot u_{k-3} / u_{k-1}$	45	$v_{k-2} \cdot u_k / u_{k-1}$
23	$v_{k-3} \cdot u_{k-3} / u_{k-2}$		

Для ідентифікації ІДМ динаміки добового циклу концентрацій окису вуглецю, скористаємось методами, описаними у другому та третьому розділах монографії.

Згенеруємо множину структурних елементів, використовуючи поліноміальні функції не вищі другого степеня для ІДМ у вигляді різницевого оператора не вище другого порядку. У результаті отримали множину структурних елементів потужності L=45, елементи якої наведено в таблиці 4.22.

Далі задаємо значення початкових параметрів алгоритму: MCN=100, $LIMIT$=4, S=10, $I_{\min} = 3$, $I_{\max} = 5$. Після цього, випадковим чином формуємо початкову множину Λ_0 структур ІДМ (потужності S=10). Сформовану початкову множину структур наведено у таблиці 4.23.

Таблиця 4.23 – Початкова множина структур ІДМ динаміки добового циклу концентрацій окису вуглецю

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s, $s = 1 \ldots S$.	Значення функції мети $\delta(\lambda_s)$
1	14, 22, 27, 40	1,6
2	4, 12, 30, 32, 43	0,726
3	2, 13, 22	1,348
4	6, 9, 28, 32	0,883
5	8, 11, 17, 20	2,546
6	7, 19, 41	1,475
7	15, 26, 38, 44	3,34
8	2, 8, 25	3,081
9	12, 23, 25, 30, 33	4,892
10	1, 16, 19	2,073

У ході розв’язування задачі, на третій ітерації застосування методу структурної ідентифікації на основі поведінкових моделей бджолиної колонії, отримали адекватну ІДМ зі структурою λ_0, яка побудована на основі елементів з такими порядковими номерами: 6, 9, 13, 32 (див. структурні елементи із вказаними порядковими номерами в табл. 4.22). Отже, для отриманої структури виконується умова рівності нулю функції мети, тобто: $\delta(\lambda_0) = 0$.

Сформована, на основі отриманої структури λ_o, ІДМ має такий вигляд:

$$[\hat{v}_k^-, \hat{v}_k^+] = -0.62067 - 0.00689 \cdot [\hat{v}_{k-1}^-, \hat{v}_{k-1}^+] \cdot [\hat{v}_{k-1}^-, \hat{v}_{k-1}^+] -$$
$$0.02225 \cdot [\hat{v}_{k-1}^-, \hat{v}_{k-1}^+] \cdot [\hat{v}_{k-2}^-, \hat{v}_{k-2}^+] + 0.53448 \cdot [\hat{v}_{k-1}^-, \hat{v}_{k-1}^+] \cdot u_{k-2} / u_{k-1} +$$
$$+ 0.70426 \cdot [\hat{v}_{k-3}^-, \hat{v}_{k-3}^+] \cdot u_k / u_{k-3}, \; k = 3 \ldots 24. \qquad (4.6)$$

Із аналізу отриманої ІДМ у вигляді різницевого оператора (4.6), бачимо, що вона відображає логіку добового циклу зміни концентрацій шкідливих викидів в залежності від інтенсивності транспортних потоків, оскільки містить елементи $[\hat{v}_{k-1}^{-}, \hat{v}_{k-1}^{+}] \cdot u_{k-2} / u_{k-1}$ та $[\hat{v}_{k-3}^{-}, \hat{v}_{k-3}^{+}] \cdot u_k / u_{k-3}$ зі значним впливом на результуюче значення концентрації в k момент часу.

Результати моделювання добового циклу зміни концентрацій шкідливих викидів окису вуглецю на перехресті вулиць „Бродівська–Збаразька–Довга“ міста Тернопіль подано на рис. 4.11.

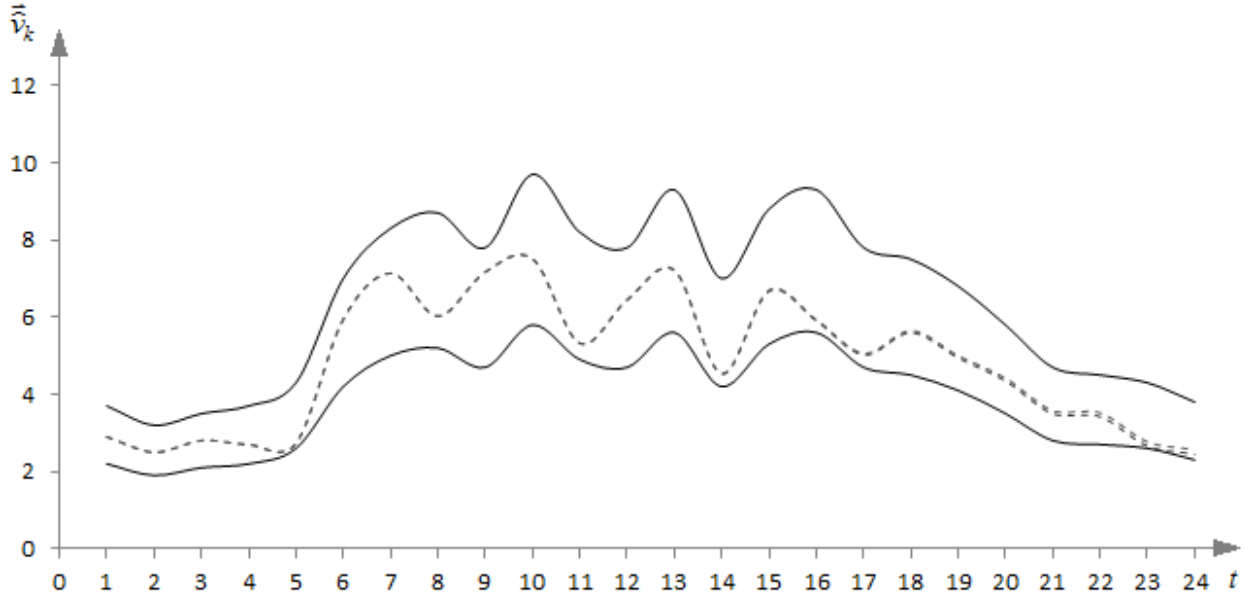


Рис. 4.11. – Динаміка концентрацій окису вуглецю в заданій точці протягом доби

Як бачимо з рисунку 4.11, прогнозована динаміка добового циклу концентрацій окису вуглецю, яку наведено пунктирною лінією, знаходиться в межах інтервалів виміряних значень концентрацій шкідливих викидів окису вуглицю, що підтверджує гарантовану точність моделювання.

4.4 Ідентифікація інтервальної дискретної моделі динаміки метаногенезу зброджування твердих побутових органічних відходів у біогазових установках

Важливою прикладною проблемою є утилізація твердих побутових відходів, наприклад успосіб їх зброджування в біогазових установках. Проте, налаштування процесів бродіння в біогазових установках для різної структури побутових органічних відходів вимагає значних зусиль. У цьому випадку доцільно використовувати математичні моделі, які б описували різні стадії бродіння і давали б можливість вносити певні корективи на початку кожної стадії у хід процесу.

Розглянемо процес утворення біогазу шляхом анаеробного мікробіологічного зброджування твердих побутових органічних відходів.

Процес утворення біогазу називають метановим бродінням. Його суть полягає в анаеробному бродінні, яке відбувається внаслідок життєдіяльності мікроорганізмів і супроводжується рядом біохімічних реакцій [48]. Існує кілька видів мікроорганізмів, які беруть участь у загальних реакціях. Ці реакції складаються з таких стадій: гідроліз, ацидогенез, ацетогенез і метаногенез [198]. Анаеробне бродіння вимагає збалансовану діяльність мікробних об’єднань для окислення субстратів та видалення інгібуючих кислот і водню для утворення метану.

Останній етап – метаногенний. В ньому задіяні метаноутворюючі бактерії. З біохімічної точки зору метанове бродіння – це анаеробне дихання. Окрім різних органічних субстратів (таких, як оцтова кислота), донором електронів для метанобактерій слугує водень, котрий продукується декількома типами анаеробних бактерій [48].

Активними метанотвірними компонентами метаногенної асоціації, здатними беспосередньо до біосинтезу метану, є невелика група *метаногенеруючих архебактерій*, життєдіяльність яких відбувається в строго анаеробних умовах, які використовують енергію реакції біосинтезу метану, метаболізуюють водень, кислоти, спирти і оксид вуглецю в метан, відновлюючи вуглекислий газ в метан з поглинанням водню, який також може інгібірувати

оцтовокисні бактерії, проте відомо, що оцтовокисні і метанотвірні мікроорганізми утворюють *симбіотичну асоціацію*.

Розглянемо процес виробництва біогазу на кінцевому етапі (метаногенезі) анаеробного мікробіологічного бродіння. Основним вихідним продуктом цього етапу є біогаз.

Посівний матеріал для варильного котла сформували з 500 мл суміші анаеробного мулу (75%) та гною великої рогатої худоби (25%). В реактор, разом з посівним матеріалом, також було додано відходи продуктів харчування, подрібнена мукулатура, 150 мл дистильованої води, $NaHCO_3$, масою 3 г і NaOH, в об'ємі 2 мл для контролю і підвищення pH середовища до 7.2, так як при завантаженні субстрату рівень pH був не достатній для процесу анаеробного бродіння. У кінцевому результаті, робочий об'єм субстрату склав 3 л.

Процес бродіння досліджувався від початку завантаження твердих органічних побутових відходів протягом 50 діб при температурі T_0=[35;37]$^{\circ}C$.

Мірою для визначення відносних концентрацій трьох доменів (*Bacteria, Archaea* і *Eucarya*) було обрано маленьку субодиницю (МСО) рибосомної РНК (рРНК) (вид РНК, який є центральним компонентом рибосоми, комплексу, що збирає білки у клітині) цільових олігонуклеотидних зондів. Сума відносних кількостей *Bacteria, Archaea* і *Eucarya* (представлені у вигляді відсотка від загального МСО рРНК) повинна дорівнювати 100%, так як всі відомі організми містяться в межах цих трьох областей. *Bacteria* становили більшість мікроорганізмів в реакторах, *Archaea* присутні в менших кількостях (менше 10% в більшості випадків), і *Eucarya* присутні на дуже низькому рівні.

На етапі метаногенезу в процесі задіяні метаноутворюючі бактерії, які входить до типів *Archaea* і *Eucarya*.

Відсоток МСО рРНК метаноутворюючих бактерій $[v_k^-; v_k^+]$ вираховувався щодня. Результати експериментальних даних вимірювання відзначаються точністю в межах 5% відносної похибки. Тому в процесі ідентифікації моделі необхідним є виконання умови, щоб інтервальні оцінки прогнозованого значення відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій ацетату були в межах цієї похибки.

Результати вимірювань відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій наведено у таблиці 4.24.

Таблиця 4.24 – Фрагмент інтервальних даних відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій протягом 50 діб

k	τ, *діб*	v_k^-, % МСО рРНК	v_k^+, % МСО рРНК	k	τ, *діб*	v_k^-, % МСО рРНК	v_k^+, % МСО рРНК
0	1	9,5	10,5	26	27	7,068	8,284
2	3	8,55	9,45	28	29	5,9125	6,78
4	5	7,44	8,56	30	31	3,9525	4,7475
6	7	7,89	9,23	32	33	2,325	3,375
8	9	8,835	10,165	34	35	1,767	2,333
10	11	7,89	9,23	36	37	1,7475	1,9825
12	13	6,324	7,346	38	39	1,6575	1,9025
14	15	4,8825	5,6175	40	41	1,6275	1,8725
16	17	5,115	5,885	42	43	1,6275	1,8725
18	19	5,8125	6,68	44	45	1,6275	1,8725
20	21	6,975	8,025	46	47	1,6275	1,8725
22	23	7,975	9,025	48	49	1,6275	1,8725
24	25	7,875	8,925	49	50	1,6275	1,8725

Слід зауважити, що експериментальні дані встановлено при заданих факторах впливу: температури середовища $[T^-;T^+]=[35;37]°C$ і кислотності середовища pH=7,2.

Для синтезу математичної моделі процесу потрібно перш за все сформувати структуру моделі *(етап структурної ідентифікації)*, після цього провести процедуру налаштування її параметрів *(етап параметричної ідентифікації)* [15].

Для розв’язання задачі структурної ідентифікації ІДМ скористаємося описаним в третьому розділі методом структурної ідентифікації, побудованим на основі поведінкових моделей бджолиної колонії.

Далі перейдемо до практичної реалізації задачі структурної ідентифікації макромоделі відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій в БГУ.

Спочатку спираючись на відомі особливості процесу метаногенезу згенеруємо набір структурних елементів. Результати цієї процедури наведено в таблиці 4.25.

Як видно із таблиці 4.25, для побудови ІДМ процесу формування метаноутворюючих бактерій необхідно задати початкові умови у виміряних значеннях відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій у початкових дискретах: $[\hat{v}^{-}_{i,j,k};\hat{v}^{+}_{i,j,k}]=[z_{i,j,k=0}-z_{i,j,k=0}\cdot 0{,}01; z_{i,j,k=0}+z_{i,j,k=0}\cdot 0{,}01]$, {k=0,…,15}.

Таблиця 4.25 – Множина структурних елементів F моделей процесу формування метаноутворюючих бактерій на етапах анаеробного процесу бродіння

№пп	Структурний елемент	№пп	Структурний елемент
1	v_{k-1}	167	$v_{k-1}\cdot v_{k-3}\cdot v_{k-5}$
2	v_{k-2}	…	…
…	…	177	$v_{k-1}\cdot v_{k-3}\cdot v_{k-16}$
16	v_{k-16}	…	…
17	$v_{k-1}\cdot v_{k-1}$	236	$v_{k-2}\cdot v_{k-3}\cdot v_{k-4}$
18	$v_{k-1}\cdot v_{k-2}$	…	…
…	…	367	$v_{k-9}\cdot v_{k-12}\cdot v_{15}$
32	$v_{k-1}\cdot v_{k-16}$	…	…
33	$v_{k-2}\cdot v_{k-2}$	560	$v_{k-14}\cdot v_{k-15}\cdot v_{k-16}$
34	$v_{k-2}\cdot v_{k-3}$	561	v_{k-1}/v_{k-2}
…	…	562	v_{k-1}/v_{k-3}
47	$v_{k-2}\cdot v_{k-16}$	…	…
…	…	575	v_{k-1}/v_{k-16}
152	$v_{k-16}\cdot v_{k-16}$	…	…
153	$v_{k-1}\cdot v_{k-2}\cdot v_{k-3}$	802	v_{k-16}/v_{k-1}
154	$v_{k-1}\cdot v_{k-2}\cdot v_{k-4}$	803	v_{k-16}/v_{k-2}
…	…	…	…
166	$v_{k-1}\cdot v_{k-3}\cdot v_{k-4}$	816	v_{k-16}/v_{k-15}

Для синтезу структури ІДМ за допомогою методу структурної ідентифікації згенеровано множину структурних елементів *F* з потужністю *L*=816. Множина структурних елементів містить поліноміальні функції не вищі третього степеня.

Для реалізації методу структурної ідентифікації задаємо такі параметри алгоритму: *MCN=100* (максимальне кількість ітерацій алгоритму); *LIMIT=5* (максимальну можливу кількість ітерацій «незмінності» структури, тобто якщо структура ІДМ не покращувалася в процесі її перетворення *LIMIT* разів, то вона вважається «вичерпаною»); *S=20* (початкову кількість структур ІДМ), $[I_{\min}; I_{\max}]$=[4;7] (інтервал, межі якого задають відповідно мінімальне $I_{\min}$ та максимальне $I_{\max}$ значення потенційної кількості структурних елементів у структурі ІДМ λ_s) та множину структурних елементів *F* (див. табл. 4.25).

Далі формуємо початкову множину структур ІДМ Λ_0 (потужністю *S=20*).

Таблиця 4.26 – Початкова множина структур ІДМ процесу формування метаноутворюючих бактерій

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s, $s=1\ldots S$.	Значення функції мети $\delta(\lambda_s)$
1	111, 187, 216, 400	13,654
2	4, 56, 309, 522, 679	8,006
3	54, 405, 516, 527, 714, 802	11,543
4	119, 214, 298, 468, 588, 635, 698	13,883
5	77, 504, 616, 634	12,46
6	1, 5, 211, 611	4,675
7	67, 88, 315, 442, 721	9,34
8	223, 344, 614, 645, 811	12,831

Продовження таблиці 4.26

№	Порядкові номери структурних елементів із множини *F*, що задають структури λ_s, $s = 1 \ldots S$.	Значення функції мети $\delta(\lambda_s)$
9	14, 45, 568, 697, 719, 803	8,192
10	9, 14, 98, 318, 488, 586, 708	10,047
11	25, 105, 216, 339, 561, 734	11,6
12	59, 146, 287, 538, 588, 735, 804	7,896
13	377, 568, 590, 734	9,533
14	412, 458, 600, 722, 779	11,315
15	34, 67, 98, 125, 488, 735, 779	10,678
16	7, 12, 105, 737	12,005
17	4, 12, 567, 600, 624, 755	13,972
18	9, 111, 149, 346, 590, 815	6,817
19	611, 623, 744, 787, 794, 810	9,211
20	4, 604, 616, 812	8,995

Спираючись на поведінкову модель бджолиної колонії, з набору структурних елементів послідовно формуватимемо нові структури ІДМ. Для їх оцінки кожен раз мінімізуємо функцію мети задачі параметричної ідентифікації для поточної структури моделі.

Ураховуючи заданий початковий набір структурних елементів (табл. 4.25) на кожній ітерайції з використанням операторів алгоритму бджолиної колонії отримуємо послідовність структур, які в кінцевому випадку забезпечують виконання умов гарантованої точності ІДМ для усіх дискретних значень.

У результаті проведення етапу структурної ідентифікації після 28 ітерацій модифікацій ICHAP отримали ІДМ, яка дозволяє оцінити

та спрогнозувати відсоток МСО рРНК метаноутворюючих бактерій в БГУ:

$$\begin{aligned}[\hat{v}_k^-, \hat{v}_k^+] = 0.853 + 0.00291 \cdot [\hat{v}_{k-1}^-, \hat{v}_{k-1}^+] \cdot [\hat{v}_{k-9}^-, \hat{v}_{k-9}^+] \cdot [\hat{v}_{k-16}^-, \hat{v}_{k-16}^+] - \\ - 0.10097 \cdot [\hat{v}_{k-8}^-, \hat{v}_{k-8}^+] / [\hat{v}_{k-2}^-, \hat{v}_{k-2}^+] + 0.8617 \cdot [\hat{v}_{k-1}^-, \hat{v}_{k-1}^+] - \\ - 0.1278 \cdot [\hat{v}_{k-5}^-, \hat{v}_{k-5}^+] - 0.03421 \cdot [\hat{v}_{k-2}^-, \hat{v}_{k-2}^+] / [\hat{v}_{k-1}^-, \hat{v}_{k-1}^+],\ k=16\ldots49.\end{aligned} \tag{4.7}$$

Результати моделювання на стадії метаногенезу наведено на рисунку 4.12.

Як бачимо з рис. 4.12, прогнозована динаміка відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій в БГУ, наведена суцільною лінією, знаходиться в межах інтервалів значень виміряних концентрацій (верхня і нижня пунктирні лінії), що підтверджує гарантовану точність моделювання.

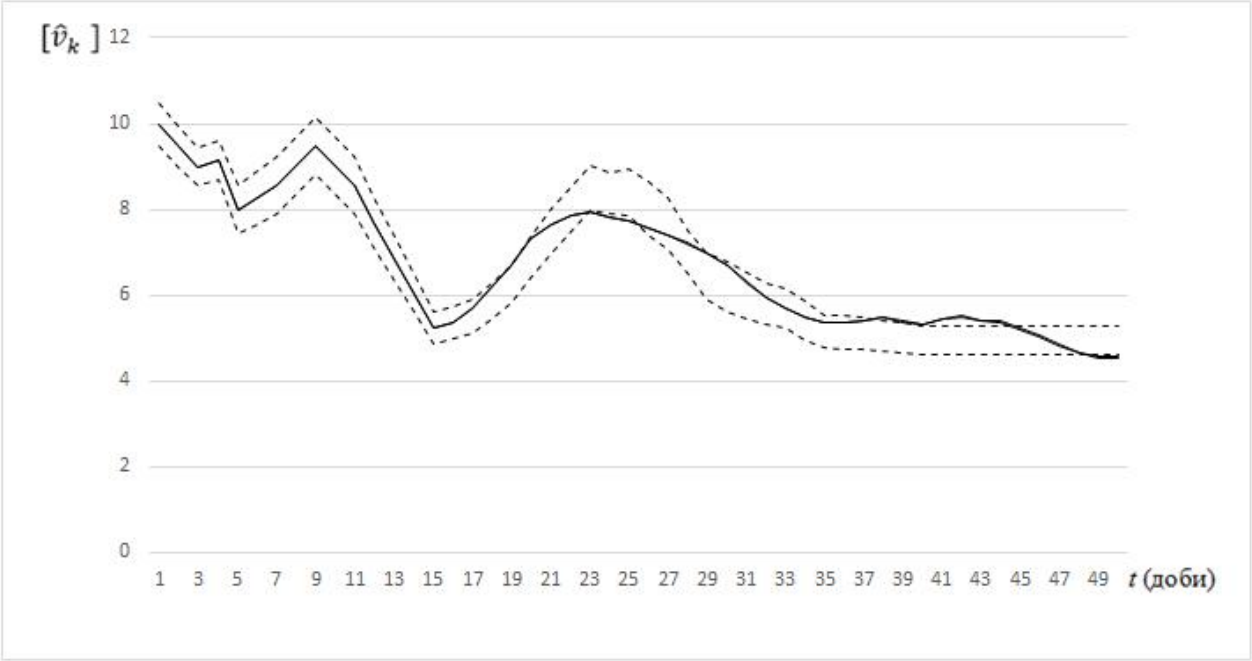


Рис. 4.12. – Динаміка відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій в БГУ

Отримана інтервальна дискретна динамічна модель адекватно відображає процес метаногенезу.

Математична модель дає можливість спрогнозувати коридор динаміки відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій в БГУ на

стадії метаногенезу. ІДМ містить такі фактори впливу як: температура середовища $[T^{-};T^{+}]=[35;37]°C$ і кислотність середовища.

Таким чином, користуючись отриманою ІДМ, можем забезпечити на цій стадії оптимальний відсоток МСО рРНК метаноутворюючих бактерій в БГУ, яка своєю чергою, визначить оптимальний розвиток популяції мікроорганізмів в процесі анаеробного мікробіологічного бродіння. Для застосування отриманої макромоделі, з метою прогнозування відсотку МСО рРНК метаноутворюючих бактерій в субстраті в умовах зміни кислотності середовища бродіння, достатньо задати тільки початкові дані для цих умов.

ВИСНОВКИ ДО ЧЕТВЕРТОГО РОЗДІЛУ

У четвертому розділі монографії розглянуто приклади застосування методів ідентифікації інтервальних дискретних динамічних моделей (розглянутих у попередніх розділах) для розв'язування прикладних науково-технічних задач із різних галузей знань.

Розглянуто задачу моделювання технологічного процесу сушіння гіпсокартону і побудовано адекватну модель для управління цим процесом у вигляді ІДМ розподілу вологості на листі гіпсокартону в процесі його сушіння. Для порівняння ефективності розглянутих методів структурної та параметричної ідентифікації, подібну ІДМ побудовано також із застосуванням генетичних алгоритмів.

Для медичних застосувань, а саме для моніторингу зворотного гортанного нерва під час операції на щитоподібній залозі чи інших органах шиї, реалізовано методи ідентифікації ІДМ розподілу інформативних характеристик різних типів тканини хірургічної рани на поверхні середовища хірургічного втручання.

Із застосуванням розроблених методів ідентифікації ІДМ, побудовано математичну модель динаміки добового циклу зміни концентрацій окису вуглецю внаслідок забруднення приземистого шару атмосфери шкідливими викидами автотранспорту.

У завершальній частині розділу розглянуто особливості структурної та параметричної ідентифікації ІДМ динаміки зброджування твердих побутових органічних відходів у біогазових установках на стадії метаногенезу.

Розглянуті приклади підтвердили працездатність обчислювальних схем структурної та параметричної ідентифікації ІДМ представлених у монографії.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексеев А.А. Идентификация и диагностика систем. Учебник./ А.А. Алексеев, Ю.А. Кораблев, М.Ю. Шестопалов – М.: Академия, 2009. – 352с.

2. Алефельд Г. Введение в интервальные вычисления/ Г. Алефельд, Ю. Херцбергер – М.: – Мир, 1987. – 360 с.

3. Архиреева И. Н. Формирование оптимальной регрессионной структуры по данным пассивного эксперимента / И. Н. Архиреева, В. П. Бородюк, Ф. Ю. Полванов // Заводская лаборатория. – 1987. – №10. – С. 71–74.

4. Афанасьева Т. Н. О допустимости некоторых пар пространств для нелинейных разностных уравнений / Т. Н. Афанасьева // Материалы V международной научной конференции Функционально – дифференциальные уравнения и их приложения. – Махачкала: ДГУ. – 2011. – С. 57-58.

5. Бакан Г. М. Алгоритм решения счетной системы линейных уравнений с использованием операции растяжения пространства / Г. М. Бакан,Е. А. Нижниченко // Кибернетика. – 1980. – № 5. – С. 42–48.

6. Бакан Г. М. Аналитический синтез алгоритмов гарантированного оценивания систояний динамических процессов / Г. М. Бакан // Проблемы управления и информатики. – 2003. – № 3. – С. 38–55.

7. Бакан Г. М. Апроксимация пересечения четкого и нечеткого множеств в методе размытых эллипсоидов / Г. М. Бакан, Н. Н. Куссуль // Кибернетика и вычислительная техника. – 1995. – Вып.105. – С. 18–27.

8. Бакан Г. М. Размытые эллипсоидальные множества в задачах нестохастического оценивания / Г. М. Бакан, Н. Н. Куссуль // Автоматика. –1989. –№5. – С. 11–17.

9. Бакан Г. М. Размытый эллипсоидальный алгоритм фильтрации состояний статического объекта / Г. М. Бакан, Н. Н. Куссуль // Проблемы управления и информатики. – 1996. – №5. – С. 77–93.

10. Бакан Г. М. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств / Г. М. Бакан, Н. Н. Куссуль // Автоматика. – 1990. –№4. – С. 72–78.

11. Бакан Г. М. Теоретико–множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств / Г. М. Бакан, Н. Н. Куссуль // Автоматика. – 1990. – №4. – С. 72–78.

12. Баскаков А.Г. Разностные операторы в исследовании дифференциальных операторов; оценки решений / А.Г. Баскаков, Ю.Н. Синтяев // Дифференц. уравнения. 2010. Т. 46. № 2. С. 210–219.

13. Баскаков А.Г. Спектральный анализ дифференциальных операторов с неограниченными операторными коэффициентами, разностные отношения и полугруппы разностных отношений / А.Г. Баскаков // Изв. РАН. Сер. мат. 2009. Т. 73. № 2. С. 3–68.

14. Батищев Д.И., Неймарк Е.А., Старостин Н.В. Применение генетических алгоритмов к решению задач дискретной оптимизаци / Д. И. Батищев, Е. А. Неймарк, Н. В. Старостин – Нижний Новгород, Нижегородский гос. университет им. Н. И. Лобачевского. , 2007. – 85 с.

15. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман – М.: Изд-во иностр. лит., 1960. – 400 с.

16. Биркгоф Дж. Д. Динамические системы / Дж. Д. Биркгоф – 2002. – 406 с.

17. Бичегкуев М. С. Линейные разностные и дифференциальные операторы с неограниченными операторными коэффициентами в весовых пространствах / М.С. Бичегкуев // Матем. заметки. – 2009. – Т.86. – № 5.- С. 673-680.

18. Бичегкуев М. С. О спектре разностных и дифференциальных операторов в весовых пространствах/ М.С. Бичегкуев // Функц. анализ и его прил..- 2010.- Т.44, – № 1- С.80-83.

19. Бичегкуев М.С. Об условиях разрешимости разностных уравнений с начальным условием из подпространства / М.С. Бичегкуев // Сиб. матем. журн.- 2010.- Т. 51.- № 4.- С. 751-768.

20. Бойко Ю. Д. О применении интегро-дифференциальных уравнений при моделировании неоднородных динамических систем / Ю. Д. Бойко, Д. Э. Контрерас, Н. Г. Сербов // Интегральные уравнения 2009: Тезисы международной научной конференции, Киев, 2009. – С.32-33

21. Большаков В. Д. Теория ошибок наблюдений: Учебник для вузов – 2-е изд., перераб. и доп. / В. Д. Большаков. – М.: Недра, 1983. – 223 с.

22. Бородюк В. П. Статистическое описание промышленных объектов /В. П. Бородюк, Э. К. Лецкий. – М. : Энергия, 1971. – 110 с.

23. Бочков А. Ф. Интервальные модели в задачах идентификации статистических объектов с неопределенностью / А. Ф. Бочков, М. В. Милевский. – Красноярск, 1990 (Препринт // ВЦ СО АН СССР, №17). – С. 7–10.

24. Бочков А. Ф. Интервальный анализ как альтернатива регрессионному анализу / А. Ф Бочков, А. П.Вощинин, Г. Р. Сотиров // Заводская лаборатория. – 1990. – №7. – С. 76–81.

25. Бочков А. Ф. Оценивание параметров модели для объектов с интервальной неопределенностью в выходных параметрах / А. Ф. Бочков, М. В. Милевский. – Москва, 1988. – 23 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 92б – В88.

26. Бродский В. З. Таблицы планов эксперимента / В. З. Бродский, Л. И. Бродский, Т. И. Голикова, Е. П. Никитина, Л. А. Панченко. – М. :Металлургия, 1982. – 751 с.

27. Булгакова О.С. Порівняльний аналіз ефективності ітераційних алгоритмів МГУА за допомогою обчислювальних експериментів. / О.С. Булгакова, В.С. Степашко // Вісник ЧДТУ. – 2011. – №1.

28. Бунь Р.А. Математичне моделювання та просторовий аналіз вуглецевого балансу лісів Волинської області /Р.А. Бунь , Н.М. Баран // Моделювання та інформаційні технології.- Вип. 54.- 2009.- С. 19-24.

29. Ватолин А. А. О задачах линейного программирования с интервальными коэффициентами // Журн. вычисл. математики и матем. физики. – 1984. –Т. 24. – С. 1629–1637.

30. Вентцель Е. С. Теория вероятностей / Е. С. Вентцель. – М. : Наука, 1964. –576 с.

31. Влагомер бесконтактный GANN compact A [Електронний ресурс]. – Режим доступу : URL : http://www.intervesp-stanki.ru/item/gann_compact_a.htm

32. Войтюк І. Ф. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / І. Ф. Войтюк, Т. М. Дивак, М. П. Дивак,

А. В. Пукас // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – №1 (37). – С. 44–52.

33. Волосов В. В. Исследование одного вида нестохастических алгоритмов идентификации с помощью прямого метода Ляпунова /В. В. Волосов, А. С. Калита, Е. А. Нижниченко // Автоматика. – 1989. – № 3. – С. 34 –42.

34. Волосов В. В. Исследование сходимости алгоритмов одного вида наблюдателей состояния дискретных динамических систем с использованием функций Ляпунова / В. В. Волосов, Е. А. Одинцова // Автоматика и телемеханика. – 1990. – № 12. – С. 41–51.

35. Волосов В. В. К задаче восстановления вектора фазового состояния и идентификации параметров линейных стационарных динамических систем / В. В. Волосов, Е. А. Одинцова // Автоматика. – 1986. – № 6. – С. 22–29.

36. Волосов В. В. К построению параметрических семейств эллипсоидальных оценок и их оптимизации в задачах нестохастической идентификации параметров и состояния многомерных дискретных объектов управления // Проблемы управления и информатики. – 1996. – № 4. – С. 37–54.

37. Волосов В. В. Об одном способе построения эллипсоидальных оценок в задачах нестохастической фильтрации и идентификации параметров управляемых систем // Автоматика. – 1991. – № 3. – С. 24–32.

38. Волосов В.В. Алгоритмы эллипсоидального оценивания матрицы параметров линейного дискретного динамического объекта управления / В.В. Волосов, С.А. Храмов, Е.А. Одинцова // Проблемы управления и информатики. – 1995. - № 1. – С. 63-77.

39. Вороновский Г. К. Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности / Г. К. Вороновский, К. В. Махотило, С. Н. Петрашев, С. А. Сергеев. – Харьков: Основа, 1997. – 111 с.

40. Вощинин А. П. Решение задач оптимизации по интервальным оценкам критерия / А. П. Вощинин // Заводская лаборатория. – 1987. – №7. – С. 68–71.

41. Вощинин А. П. Интервальный анализ: развитие и перспективы / А. П. Вощинин // Заводская лабораторія. – 2002. – №1. – С. 118–126.

42. Вощинин А. П. Оптимизация в условиях неопределенности. / А. П. Вощинин, Г. Р. Сотиров — М.: МЭИ, София: Техника, 1989. — 224 с.

43. Вощинин А. П. Планирование оптимального насыщенного эксперимента в задачах построения интервальных моделей / А. П. Вощинин, Н. П. Дывак // Заводская лаборатория. – 1993. – №1. – С. 56–59.

44. Гипсокартон, гіпсокартон Кнауф (Knauf) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : URL : http://www.solkimar.com/partition_gk.html

45. Гіпсокартонні роботи [Електронний ресурс]. – Режим доступу : URL : http://robotgips.ucoz.ua/index/bezkarkasne_oblicjuvannja_stin/0-11

46. Гладков Л.А., Курейчик В. В., Курейчик В.М. Генетические алгоритмы. / Под ред. В.М. Курейчика. - 2-е изд., исправл. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 320 с.

47. Глонь О. В. Моделювання систем керування в умовах невизначеностей / О. В. Глонь, В. М. Дубовой – Вінниця: УНІВЕРСУМ – Вінниця, 2004. – 169 с.

48. Гураль І.В. Модель неавтономної системи виробництва біогазу та метод її ідентифікації / І.В. Гураль, М.П. Дивак, Ю.Р. Піговський // Науковий журнал «Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського». – Кременчук, 2015. – Вип. 3/2015 (92) – С.129-136.

49. Гроп Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. – М.: Мир, 1979. – 302 с.

50. Демиденко Е. З. Линейная и нелинейная регрессии / Е. З. Демиденко. – М. :Финансы и статистика, 1981. – 302 с.

51. Дивак М. П. Аналіз точності лінійної інтервальної моделі в задачах статичної ідентифікації / М. П. Дивак // Вісн. НУ “Львівська політехніка”. Автоматика, вимірювання та керування. – 1999. – № 366. – С. 31–35.

52. Дивак М. П. Багатокритеріальний підхід структурної ідентифікації інтервальних моделей статичних систем / М. П. Дивак, В. І. Манжула // Міжнародний науково–технічний журнал “Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія”. – 2005. – №2. – С. 37 – 44.

53. Дивак М. П. Допустиме оцінювання множини параметрів статичної системи в класі багатомірних еліпсоїдів / М. П. Дивак // Комп'ютинг. – 2002. – Т. 1. – №1. – С.108 – 114.

54. Дивак М. П. Ідентифікація моделей об'єктів в умовах інтервальної невизначеності на основі методів аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, П. Г. Стахів // Пр. міжн. конф. з управління "АВТОМАТИКА – 2000", Львів 11–15 вересня 2000: В 7–ми томах. – Львів: Держ. НДІ інформ. інфраструкт., 2000.–Т. 2. – С. 90–97.

55. Дивак М. П. Інтервальне моделювання динаміки збитків внаслідок забруднення автотранспортом / М.П. Дивак // Інформ аційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2008. – № 3 (13) – С. 32–40.

56. Дивак М. П. Метод ідентифікації моделей об'єктів із розподіленими параметрами з просторово розподіленим керуванням на основі аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, Н. П. Порплиця, Ю. Б. Маслияк, А.В. Пукас, А. М. Мельник// Радіоелектроніка, інформатика, управління. – Запоріжжя, 2017. - № 2 (41). – С. 150-159.

57. Дивак М. П. Обчислювальні аспекти методів локалізації розв'язків задач параметричного оцінювання в умовах обмежених похибок / М. П. Дивак // Відбір та обробка інформації. – 2002. – №16 (92) – С. 43–47.

58. Дивак М. П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розвязку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора./ М. П. Дивак, Т. М. Дивак // Зб. Наук. Праць ДонНТУ. Серія інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка – 2009. – Вип. 10(153). – С. 224–229.

59. Дивак М. П. Проблеми ідентифікації динамічних систем в умовах інтервальної невизначеності / М. П. Дивак, В. П. Кобернюк, Ю. П. Франко, І. Р. Пітух, В. П. Цимбалій // Вимірювання та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць.– 2001. – Вип. 8 – С. 307–310.

60. Дивак М. П. Проектування інтервальних моделей соціально–екологічних систем на основі нечітких даних / М. П. Дивак, Г. М. Гладій, С. В. Волощук // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах: Зб. наук. праць. – 2002. – Вип. 9. – С. 130 – 135.

61. Дивак М. П. Теоретичні засади побудови моделей "вхід–вихід" статичних систем методами аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак // Дис. доктора технічних наук. – Тернопіль: Тернопільська академія народного господарства, 2003. – 304 с.

62. Дивак М. П. Кількісні характеристики оцінки якості структури моделі у вигляді інтервального різницевого оператора / М. П. Дивак, Т. М. Дивак, І. Ф. Войтюк // Відбір і обробка інформації : міжвід. зб. наук. пр. – Вип. 34 (110). – 2011. – С. 86–94.

63. Дивак М.П. Використання насиченого експерименту для оцінювання параметрів інтервальної моделі при аналізі інтервальних даних./ М.П. Дивак //Міжвузівський науково-технічний журнал Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы. – 1999. – №2. – с.33-36.

64. Дивак М.П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними / М.П. Дивак - Тернопіль: - Економічна думка, 2011.-216 с.

65. Дивак М.П. Ідентифікація дискретних динамічних моделей процесів з інтервальною невизначеністю у біогазових установках переробки органічного сміття / М.П. Дивак, Є.О. Марценюк, Ю.Р. Піговський, Т.М. Дивак // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія “Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка”.- 2010. Вип 11 (164).- С.181-188

66. Дивак М.П. Ідентифікація параметрів різницевого оператора в задачах моделювання процесів поширення забруднень методами аналізу інтервальних даних / М.П. Дивак, А.В. Пукас, Т.М. Дивак// Зб. Наук. Праць ДонНТУ. Серія інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка.- 2009.- Вип..10(153)-С.224-229

67. Дивак М.П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв’язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора / М.П. Дивак, Т.М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С.Степашко - Київ: МННЦ ІТС, 2009. - Вип.1– 236с. – С.35-43.

68. Дивак М.П. Практичні аспекти застосування методу та алгоритму параметричної ідентифікації дискретних динамічних систем з інтервальною невизначеністю / М.П. Дивак, Т.М. Дивак,

Ю.Р. Піговський, Є.О. Марценюк // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць. – К.: МННЦ ІТС, 2010. - Вип.2– 280с. – С. 39-49.

69. Дивак Т. М. Параметрична ідентифікація інтервального різницевого оператора на прикладі макромоделі розподілу вологості у листі гіпсокартону в процесі його сушіння / Т. М. Дивак // Інформаційні технології та комп`ютерна інженерія : міжнар. наук.– техн. журнал. – 2012. – Вип. 3. – С. 79–85.

70. Дивак Т.М. Дослідження цільової функції в задачах параметричної ідентифікації інтервального різницевого оператора із заданою точністю / Т.М. Дивак, М.П. Дивак, П. Г. Стахів // Міжнародний науковий журнал "Комп'ютинг", Том 10, Випуск 2, 2011. - с. 162-171

71. Дивак Т.М. Метод параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора із розділенням вибірки даних / Т.М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С.Степашко - Київ: МННЦ ІТС, 2011. -Вип.3– 246с. – С.49-60.

72. Дивак Т. М. Метод параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора із розділенням вибірки даних / Т. М. Дивак // Матеріали II всеукраїнської школи семінару молодих вчених і студентів АСІТ 2012 ТНЕУ, Тернопіль 2012, 22-23 с.

73. Дрейпер Н. Прикладной регрессионный анализ. / Н. Дрейпер, Г. Смит // В 2- х кн. – М.: Финансы и статистика, 1986. кн. 1. – 355с., кн. 2. –349 с.

74. Ефименко С.Н. Имитационный эксперимент как средство для исследования эффективности методов моделирования по данным наблюдений / С.Н. Ефименко, В.С. Степашко // УСИМ. - №1. - 2009. - С. 69-78.

75. Жученко А.І. Система оптимального керування процесом випалювання цегли в тунельних печах: монографія / А.І. Жученко, Д.О. Ковалюк, І.В. Ярошук ; Нац. техн. ун-т України "Київ. політехн. ін-т". — К.: Альфа Реклама, 2010. — 158 с.

76. Заде Л. Теория линейных систем. Метод пространства состояний / Л. Заде, Ч. Дезоер – М.: Наука, 1970.

77. Захаров А. В. Синтез систем управления при интервальной неопределѐнности параметров их математических моделей / А. В. Захаров, Ю.И. Шокин // Докл. АН СССР. – 1988, № 2. – С. 292–295.

78. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А. Г. Ивахненко// – Київ: Наукова думка, 1981. – 296 с.

79. Ивахненко А. Г. Комбинированный метод моделирования водных и нефтяных полей / А. Г. Ивахненко, Ю. П. Пека, Н. П. — К.: «Наук. думка», 1984.

80. Ивахненко А. Г. Моделирование сложных систем / А. Г. Ивахненко — К.: Вища школа, 1987.

81. Ивахненко А. Г. Помехоустойчивость моделирования / А. Г. Ивахненко, В. С. Степашко //– К.: Наук. думка, 1985. – 216 с.

82. Ивахненко А. Г. Самоорганизация прогнозирующих моделей / А. Г. Ивахненко, Й. А. Мюллер – К.: Техника. – 1985; Берлин: ФЕБ Ферлаг Техник. – 1984. – 223 с.

83. Ивахненко А. Г. Численное исследование помехоустойчивости многокритериальной селекции моделей / А. Г. Ивахненко, В. С. Степашко // Автоматика. –1982. – № 4. – С . 26-36.

84. Ивахненко А.Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А.Г. Ивахненко - Киев: - Наукова думка, 1981.- 296 с.

85. Ивахненко А.Г. Объективный выбор оптимальной кластеризации выборки данных при компенсации неробастных помех / А. Г. Ивахненко, С. А. Петухова, В. М . Юдин // Автоматика. – 1993. – №3. – С. 46-58.

86. Ивахненко А.Г. Регуляризация решающих функций в методе групового учета аргументов / А. Г. Ивахненко, Ю. В. Коппа // Автоматика. – 1970. – №2. – С. 19 – 23.

87. Іноземцев Г.Б. Математичне моделювання та оптимізація систем електроспоживання у сільському господарстві: Навч. посібник / Г.Б. Іноземцев, В.В. Козирський; За ред. Г.Б. Іноземцева. – К.: Видавничий центр НУБіП України, 2010 – 140 с.

88. Калман Р. Идентификация систем с шумами / Р. Калман // Успехи матем. наук, 1985 – Вып. 4. – С. 27–41.

89. Калмыков С. А. Методы интервального анализа / С. А.Калмыков, Ю. И. Шокин, З. Х. Юлдашев – Новосибирск: Наука, 1986. – 222с.

90. Канторович Л. В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений / Л. В. Канторович // Сибирский матем. Журнал. – 1962. – Т. 3, №5. – С. 701–709.

91. Карпенко А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой : учебное пособие / А. П. Карпенко. – Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 446с.

92. Ковальчук П.І. Моделювання і прогнозування стану навколишнього середовища: Навчальний посібник.//- К.: Либідь, 2003. – 208 с.

93. Ковалюк Д. О. Моделювання теплотехнологічних об’єктів з розподіленими параметрами : монографія / Д. О. Ковалюк, С. М. Москвіна. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 182 с.

94. Коддингтон Э. А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э. А. Коддингтон, Н. Левинсон// Пер. с англ., Изд. 2. – 2007. – 472 с.

95. Кодингтон Э.А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э.А. Кодингтон, Н. Левинсон // Пер. с англ., Изд. 2. – 2007.- 472с.

96. Кодингтон Э.А. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / Э.А. Кодингтон, Н. Левинсон // – М.: Издательство иностр. лит., 1958. - 474с.

97. Козак О.Л. Застосування методів допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів інтервальних моделей для задачі візуалізації гортанних нервів / О.Л. Козак, М.П. Дивак, А.В. Пукас // Вісник НУ «Львівська політехніка». Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2010. – № 680.- с.196-206.

98. Козак О. Л. Програмний модуль для опрацювання інформаційного сигналу при застосуванні електро-фізіологічного методу ідентифікації гортанного нерва / О. Л. Козак, Х. М. Медвідь // Сучасні комп’ютерні інформаційні технології: Матеріали II Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених та студентів АСІТ’2012.-Тернопіль: ТНЕУ, 2012. – с.158-160.

99. Козак О.Л. Опрацювання інформаційного сигналу при застосуванні електро-фізіологічного методу ідентифікації гортанного нерва / О. Л. Козак // Сучасні проблеми і досягнення в галузі радіотехніки, телекомунікацій та інформаційних технологій: Тези доповідей VI Міжнародної науково-практичної конференції – Запоріжжя: ЗНТУ. − 2012. – С. 220-222.

100. Крищук В. М. Інтервальні методи оптимізації допусків / В. М. Грищук, Г. М. Шило, М. П. Гапоненко // Вісн. НУ “Львівська політехніка”. Комп’ютерні системи проектування: Теорія і практика. – 1999. – № 373. – С. 196-201.

101. Кунцевич В. М. Активная идентификация и управление при ограниченных шумах / В. М. Кунцевич, А. В. Кунцевич. // Пр. міжн. конф. з управління “АВТОМАТИКА–2000”, Львів 11–15 вересня 2000 : В 7–ми томах.– Львів: Держ. НДІ інформ. інфраструкт., 2000. – Т. 1. – С .7–13.

102. Кунцевич В. М. Активная идентификация параметров линейного статического объекта (игровая задача планирования эксперимента) /В. М. Кунцевич, М. М. Лычак, А. С. Никитенко // Автоматика и телемеханика. – 1987. – №9. – С. 68–73.

103. Кунцевич В. М. Об оптимальном и адаптивном управлении динамическими объектами в условиях неопределенности / В. М. Кунцевич, М. М. Лычак // Автоматика и телемеханика. – 1979. – №1. – С. 79 – 88.

104. Кунцевич В. М. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации / В. М. Кунцевич, М. М. Лычак // Автоматика.–1982. – №4. – С. 49–59.

105. Кунцевич В. М. Решение одной оптимальной задачи управления в условиях неопределенности / В.М. Кунцевич // Проблемы управления и информатики. – 2002. – № 3. – С. 85–100.

106. Кунцевич В. М. Синтез оптимальных и адаптивных систем управления / В. М. Кунцевич, М. М. Лычак. – Киев : Наук. думка, 1985. – 248 с.

107. Кунцевич В. М. Управление в условиях неопределенности (синтез адаптивных систем управления) / В. М. Кунцевич, М. М. Лычак //Автоматика. –1987. – №5. – С. 16–26.

108. Кунцевич В.М. Получение гарантированных оценок в задачах параметрической идентификации / В.М. Кунцевич, М.М. Лычак // Автоматика. – 1982. – №4. – с.49–59.

109. Курейчик В. М. Генетические алгоритмы: Монография. – Таганрог: ТРТУ, 1998. – 242 с.

110. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности / А. Б. Куржанский – М.: Наука, 1977. – 392 с.

111. Куржанский А.Б. Задача идентификации – теория гарантированных оценок /А.Б. Куржанский // Автоматика и телемеханика. – 1991. – №4. – с.3–26.

112. Лакеев А. В. О множестве решений линейного уравнения с интервально заданными оператором и правой частью / А. В. Лакеев, С. И. Носков // Сиб. математ. журнал. – 1994. – Т. 35 – №5. – С. 1074–1084.

113. Лебедев А. Н. Моделирование в научно-технических исследованиях / Лебедев А. Н. – М: Радио и связь, 1989. – 224с.

114. Лецкий Э. К. Планирование испытаний технических объектов // Сб. тр. Вопросы кибернетики. Планирование и автоматизация эксперимента в научных исследованиях. – М., 1982. – С. 62–76.

115. Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Ю. В. Линник. – М. : Физ. мат. изд., 1962. – 187 с.

116. Лисенков А. Н. О методах идентификации и управления в условиях неопределенности / А. Н. Лисенков // Межд. конф. по интерв. и стох. методам в науке и технике. ИНТЕРВАЛ – 92: Сб. тр. – Москва, 1992. – Т.1. – С. 92-96.

117. Лінія виробництва гіпсокартонних листів [Електронний ресурс]. – Режим доступу : URL : http://msd.in.ua/lin-proizv-gips-karton/

118. Лоусон Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч. Лоусон, Р. Хентон. – М. : Наука, 1986. –246 с.

119. Лычак М. М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода / М. М. Лычак // Проблемы управления и информатики. – 1999. – №5. – С. 34–41.

120. Лычак М. М. Синтез дискретных адаптивных систем управления на основе теоретико-множественных моделей неопределенности / М. М. Лычак// Дис. докт. физ.-мат. наук.– Киев : Ин– т киб., 1995.

121. Лычак М.М. Решение задачи линейного программирования на основе множественного подхода / М. М. Лычак, В. Н. Шевченко, Н. П. Царук // Проблемы управления и информатики. – 2005. – №4. – С. 103–111.

122. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей: Пер. с англ. / Под ред. Я. З. Цыпкина // Л. Льюнг – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. – 432 с.

123. Льюнг Л. О точности модели в идентификации систем / Л. Льюнг // Известия АН. Техническая кибернетика, №6. – М.: Наука, 1992. – С. 55–64.

124. Марков С. М. Некоторые задачи интерполяции, идентификации и оценивания для интервальных данных / С. М. Марков // Межд. конф. по интерв. и стох. методам в науке и технике. ИНТЕРВАЛ – 92: Сб. тр. – Москва, 1992.– Т.1.– С. 103.

125. Мартинсон Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики: Учеб. для вузов. 2-е изд. / Л.К. Мартинсон, Ю.И. Малов. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. - 368 с.

126. Матвійчук Я. М. Математичне макромоделювання динамічних систем: теорія і практика/ Я. М. Матвійчук. – Л.: Вид-во ЛНУ, 2000. – 214 с.

127. Мороз О. Г. Огляд гібридних структур МГУА-подібних нейронних мереж та генетичних алгоритмів / О. Г. Мороз, В. С. Степашко// Індуктивне моделювання складних систем. – 2015. – Вип.7. – С. 75-93.

128. Налимов В. В. Теория эксперимента / В. В. Налимов – М.: Наука, 1971.– 207 с.

129. Онишкевич В.М. Математичне моделювання екологічних процесів за допомогою систем лінійних диференціальних рівнянь / В.М. Онишкевич, В.З. Холявка, Х.О. Гапаляк // Інформаційні технології галузі. Науковий вісник НЛТУ України. Збірник науково-технічних праць. – 2011. − Вип. 21.6 с. 330-334

130. Очеретнюк Н. П. Структурна ідентифікація інтервальної моделі процесу сушіння гіпсокартону / Н. П. Очеретнюк, М. П. Дивак

// Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процессах : Міжнар. наук.-техн. журнал. – 2013. – № 2. – С. 211-217.

131. Павлов А. В. МГУА как инструмент анализа взаимосвязей многомерного процесса / Ал.В. Павлов , Ан.В. Павлов // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С.Степашко - Київ: МННЦ ІТС, 2009. - Вип.1– 236с. – С.80-86.

132. Павлов А. В. Обобщённый релаксационный итерационный алгоритм МГУА // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наук. праць. – К.: МННЦІТС, 2011. – С. 130-143.

133. Павлов Я.В. Сравнительный анализ методов сглаживания и МГУА для прогнозирования временных рядов / Н.В. Кондрашова , Я.В. Павлов // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник наукових праць / відпов. редактор В.С.Степашко - Київ: МННЦ ІТС, 2009. - Вип.1– 236с. – С.50-55.

134. Першин И. М. Анализ и синтез систем с распределенными параметрами: Монография / И. М. Першин - Пятигорск, 2007. — 245 с.

135. Понтрягин Л.С. Математическая теорія оптимальних процесов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, З.В. Гамкрилидзе, Е.Ф. Мищенко – М.: Физматгиз, 1961.

136. Порплиця Н. П. Метод структурної ідентифікації моделей процесу бродіння у біогазових установках із застосуванням алгоритму бджолиної колонії / Н. П. Порплиця, І. В. Гураль, М. П. Дивак // Науковий вісник НЛТУ України, 2017. – Т. 27, № 1 – С.215-221.

137. Порплиця Н. П. Порівняльний аналіз ефективності генетичного та "бджолиного" алгоритмів у задачі структурної ідентифікації інтервального різницевого оператора / Н. П. Порплиця // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2015. – № 1. – С. 55-67.

138. Порплиця Н. П. Реалізація методу структурної ідентифікації інтервальних різницевих операторів на основі алгоритму поведінки бджолиної колонії / Н. П. Порплиця, М. П. Дивак // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – 2015. – Вип. 4(93). – С. 34-40.

139. Порплиця Н. П. Синтез структури інтервального різницевого оператора з використанням алгоритму бджолиної колонії

/ Н. П. Порплиця, М. П. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. – 2013. – Вип. 5. – С. 256-269.

140. Рапопорт Э. Я. Анализ и синтез систем автоматического управления с распределёнными параметрами: учебное пособие / Э. Я. Рапопорт. – М.:Высш. шк., 2005. – 292 с.

141. Рапопорт Э. Я. Структурное моделирование объектов и систем управления с распределёнными параметрами: учебное пособие / Э. Я. Рапопорт. – М.:Высш. шк., 2003. – 299 с.

142. Растригин Л.А. Адаптация сложных систем / Л.А. Растригин - Рига: Зинатне, 1981,- 359 с.

143. Растригин Л.А. Введение в идентификацию обьектов управления / Л.А. Растригин, Н.Е. Маджаров – М.: Энергия, 1987. – 216 с.

144. Рутковская Д. Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы / Д. Рутковская, М. Пилиньский, Л. Рутковский, Пер. с польск. И.Д.Рудинского. - М.: Горячая линия — Телеком, 2006. - 452 с.

145. Самойленко О.А. Конструювання комплексної системи інформаційної підтримки управлінських рішень / О.А. Самойленко, В.С. Степашко // Збірник праць. – Київ: МННЦ ІТС. 2009. — С. 211 - 219.

146. Сарычев А. П. Итерационный алгоритм МГУА для решения задачи нелинейного дискриминантного анализа / А. П. Сарычев, Л. В. Сарычева // Індуктивне моделювання складних систем : збірник наук. праць. – Київ: МННЦ ІТС, 2010. – Т. 2. – С. 212–225.

147. Сейдж А. Идентификация систем / А. Сейдж, Дж. Мелс. – М.: Наука, 1976. – 495с.

148. Сиковский Д.Ф. Методы вычислительной теплопередачи / Д.Ф. Сиковский - Учеб. пособие / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2011. 121 с.

149. Синтяев Ю. Н. Исследование корректности дифференциального оператора первого порядка / Ю.Н. Синтяев // Воронежская зимняя математическая школа С.Г. Крейна. Тезисы докладов.-Воронеж:ВГУ- 2010.- С. 135-136.

150. Срочко В.А. Численные методы / В.А. Срочко - С.-П.:Лань, 2010, 208 с.

151. Стеля О. Б. Аналіз застосування інтерполяційних процедур при реалізації методу характеристик / Стеля О. Б., Тригуб О. С.,

Ляшко В. І. // Наукові записки НаУКМА. - 2012. - Т. 138 : Комп'ютерні науки. - С. 85-90.

152. Степашко В. С. Алгоритмы МГУА как основа автоматизации процеса моделирования сложных объектов на основе процеса моделирования по экспериментальным данным // Автоматика. – 1988. – № 4. – С. 44–45.

153. Степашко В. С. Гібридні алгоритми самоорганізації моделей для прогнозування складних процесів / В. С. Степашко, О. С. Булгакова, В. В. Зосімов // Індуктивне моделювання складних систем. – Вип. 2. – 2010. – С. 236- 246.

154. Степашко В. С. Елементи теорії індуктивного моделювання. – Стан та перспективи розвитку інформатики в Україні: монографія / Кол. авторів. – Київ: Наукова думка, 2010. – С. 481-496.

155. Степашко В. С. Комп’ютерний експеримент в індуктивному моделюванні / Степашко В.С., Єфіменко С.М., Савченко Є.А. – Київ: Наукова думка, 2014. – 222 с.

156. Степашко В. С. Конечная селекционная процедура получения результата полного перебора // Автоматика. – 1981. – № 3. – С. 76–79.

157. Степашко В. С. Концепція узагальнених багатофункціональних модулів як основа конструювання засобів індуктивного моделювання / В.С. Степашко, Г.А Піднебесна // Індуктивне моделювання складних систем. Збірник праць, випуск 3. – К. : МННЦіТС, 2011. – С. 216–223

158. Степашко В. С. Обобщенный итерационный алгоритм метода группового учета аргументов // В. С. Степашко, О. С. Булгакова / Управляющие системы и машины. – 2013. – № 2. – С. 5-17.

159. Субботін С.О., Олійник А.О., Олійник О.О. Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей: Монографія / Під заг. ред. С.О. Субботіна. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2009. – 375с.

160. Тимчишин В. С. Програмний комплекс для моделювання забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту / В. С. Тимчишин , Н. П. Порплиця// Сучасні комп‘ютерні інформаційні технології (АСІТ’2017) : Матеріали VII Всеукраїнської школи-семінару молодих вчених і студентів. – Тернопіль : ТНЕУ, 2017. – С. 132-134.

161. Тихонов А. Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин – М.: Наука, 1979. – 288 с.

162. Тихонов А.Н. Статистическая обработка результатов экспериментов / А. Н. Тихонов, М. В. Уфимцев // Уч. пособие – М.: Изд-во Московского госуверситета, 1988. – 174 с.

163. Томашевський В. М. Моделювання систем / В.М. Томашевський – К: Видавнича група BHV, 2005. – 352 с.

164. Фриш К. Из жизни пчёл / Халифман И. А. (отв.ред.). — Москва: Мир, 1980. — 216 с.

165. Хансен Э. Глобальная оптимизация с помощью методов интервального анализа / Э. Хансен, Дж. В. Уолстер – М. Ижевск: НИЦ “Регулярная и хаотическая динамика”, Институт компьютерных исследований, 2012. – 516 с.

166. Цой Ю. Р., Спицын В. Г. Генетический алгоритм / В. Г. Спицын, Ю. Р. Цой Представление знаний в информационных системах: учебное пособие. – Томск: Изд–во ТПУ, 2006. – 146 с.

167. Цыпкин Я. З. Детерминированные и стохастические системы управления / Я. З. Цыпкин — М. : Наука, 1984. — С. 200.

168. Цыпкин Я. З. Информационная теория идентификации / Я. З. Цыпкин – М. : Наука, 1995. – 336 с.

169. Цыпкин. Я. З. Теоретические и прикладные задачи оптимизации / Я. З. Цыпкин. — М. : Наука, 1985. — С. 179.

170. Черноусько Ф. Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов / Ф. Л. Черноусько. – М. : Наука, 1988. – 320 с.

171. Шарая И. А. О максимальной внутренней оценке множеств решений интервальных линейных систем / И. А. Шарая // Вычислительные технологии. – 1998. – Т. 3 – № 2. – С. 55–66.

172. Шарый С. П. Алгебраический подход во «внешней задаче» для интервальных линейных систем // Вычислительные Технологии. – 1998. – Т. 3, №2. –С. 67–114.

173. Шарый С. П. Алгебраический подход к анализу линейных статических систем с интервальной неопределённостью // Известия РАН. Теория и системы управл. – 1997. – №3. – С. 51–61.

174. Шарый С. П. Анализ чувствительности интервальных линейных статических систем // Труды XI международной Байкальской школы–семинара «Методы оптимизации и их

приложения», Иркутск, Байкал, 5–12 июля 1998 г., секция 4. – Иркутск ИСЭМ, 1998. – С. 187–190.

175. Шарый С. П. Внешнее оценивание обобщенных множеств решений интервальных линейных систем // Вычислительные Технологии. – 1999. – Т. 4,№4. – С. 82–110.

176. Шарый С. П. Курс вычислительных методов / С.П. Шарый – Учеб. пособие. – Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т. , 2010 . – 279 с.

177. Шарый С. П. Интервальные алгебраические задачи и их численное решение // Дис. доктора физ. –математ. наук / С. П. Шарый. –Новосибирск :Ин–т вычисл. Технологий СО РАН, 2000. – 322 с.

178. Шарый С. П. Конечномерный интервальный анализ / С.П. Шарый – Учеб. пособие. – Новосибирск: XYZ, 2016. – 617 с.

179. Шарый С. П. Линейные статические системы с интервальной неопределенностью: эффективные алгоритмы для решения задач управления и стабилизации / С. П. Шарый. – Красноярск. : 1994. – 13 с. – (Препр. / ВЦ СОРАН; №7).

180. Шарый С. П. Новый подход к анализу статических систем с интервальной определённостью в данных // Вычислительные Технологии. – 1997. –Т. 2 –№1. – С. 84–102.

181. Шарый С. П. О разрешимости линейной задачи о допусках // Interval Computations.– 1991. – №1. – С. 92–97.

182. Шарый С.П. Конечномерный интервальный анализ. / С.П. Шарый — Новосибирск, Институт вычислительных технологий СО РАН, 2009. — 569 с.

183. Шарый, С.П. Интервальный анализ: прошлое, настоящее и будущее/С.П. Шарый//Наука в Сибири. – 1997. – №41 (2127). – С.3.

184. Шокин Ю. И. Интервальный анализ / Ю.И. Шокин. – Новосибирск: Наука, 1981. – 116 с.

185. Яковлев А. Г. Интервальные вычисления – предмет исследований и полезный инструмент / А. Г. Яковлев // Интервальные вычисления. – 1991. – №1. – С. 10–26.

186. Abraham A. Swarm intelligence in data maining / A. Abraham, G. Grosan. – Berlin: Springer, 2006. – 267 p.

187. Alefeld G. Interval analysis: theory and applications / G. Alefeld, G. Mayer // Journal of Computational and Applied Mathematics. – 2000. – № 121. – P. 421-464.

188. Blum Ch. Hybrid Metaheuristics. An Emerging Approach to Optimization / Ch. Blum, M.J.B. Aguilera, A. Roli. – Berlin: Springer-Verlag, 2008. – 289 p.

189. Camazine S. A model of collective nectar source by honey bees: Self-organization through simple rules / S. Camazine, J. Sneyd // Journal of Theoretical Biology. – 1991. – № 149. – P. 547–571.

190. Cantalamessa L. Thyroid nodules in Graves disease and the risk of thyroid carcinoma / L. Cantalamessa, M. Baldini // Arch intern. Med. – 1999. – № 159(15). – P. 1705–1708.

191. Dyvak M. Drywall humidity modeling during its drying process under condition of changing the temperature fields based on interval difference operator / M. Dyvak, Yu. Maslyiak, A. Pukas, T. Dyvak // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science TCSET'2016) : Proc. of the XIIIth Intern. Conf.– Lviv-Slavske, 2016. –P.136-140.

192. Dyvak M. Features of identification of interval differential operator [Electronic resource] / Mykola Dyvak, Iryna Voytyuk, Iryna Spivak // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science: Proc. of the Xth Intern. Conf. TCSET'2010. – Lviv, 2010. – Section 6, 2.

193. Dyvak M. Identification of Parameters of Interval Discrete Model of the Dynamic System on the Basis of Selection of the Sarurated Blocks of ISLAE / M. Dyvak, L. Honchar, Ye. Martsenyuk, I. Matola // The Experience of Designing and Application of CAD System in Microelectronics: Proc. of the IXth Intern. Conf. CADSM 2007, 20–24 February 2007. – Lviv, 2007. – P. 362–364.

194. Dyvak M. Interval model of dynamics of dispersion of harmful pollution from vehicular traffic / / M. Dyvak, P. Stakhiv, A. Pukas and others // Jornal of applied computer science. – Technical University Press, Łódź (Polland), 2016. – Vol. 3, No. 4 – P. 49–60.

195. Dyvak T. Method of parametric identification of Macro Model in kind of interval difference operator based on data dividing / T. Dyvak // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the Xth International Conference TCSET'2012.- Lviv-Slavske: National University „Lviv Polytechnic", 2012. p.62-63.

196. Dyvak M. Application interval methods in static identification of the medical and ecological conditions of on average industrial city / M.

Dyvak, G. Hladiy // Ref. IV krajowa konf. “Modelowanie Systemow Biologicznych”.– Krakow : 1995. – P. 95–99.

197. Eisner T. Embedding operators into strongly continuons semigroups // Arch. Math. (Basel). 2009. V. 92. p. 451–460.

198. Gerber M. An Analysis of Available Mathematical Model for Anaerobic Digestion of Organic Substances for Production of Biogas. International Gas Union Research conference / M. Gerber, R. Span // - Paris 2008. – P. 5–7.

199. Hadjihassan S. Quality improvement via optimization of tolerance intervals during the design stage / S. Hadjihassan, E. Walter, L. Pronzato // Applications of Interval Computatons // Kearfott R. B., Kreinovich V., eds. – Dordrecht: Kluwer, 1996. – P.91–131.

200. Kalman R. E. General synthesis procedure for computer control of single and multi–loop linear systems / R. E. Kalman, J. E. Bertram // Trans. AIEEE. – 1959.– 77 II. – P. 602–609.

201. Kalman R. E. Mathematical description of linear dynamic systems / R. E. Kalman // SIAM J. Contr. – 1963. – V. 1. – P. 152–192.

202. Kalman R. E. Realization theory of linear dynamical systems / R.E. Kalman // Control Theory and Topics in Functional Analysis, Vol. II. – Vienna: International Atomic Energy Agency, 1976. – P. 235–236..

203. Karaboga D. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm / D. Karaboga, B. Basturk // Journal of Global Optimization. – 2007. – Vol. 39. – P. 459–471.

204. Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization: Techn. rep. — TR06. —Erciyes: Erciyes Univ. Press, 2005. — 10 p.

205. Kinghtes C. D. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for Monod biodegradation kinetics using bivariate data / C. D. Kinghtes, C. A. Peters // Biotechnology and Bioengineering. – 2000. – Vol. 69, № 2. – P. 160–170.

206. Kumkov S. Interval approach to identification of parameters of experimental process model / Sergey Kumkov, Yulia Mikushina // 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetics and Verified Numerics. – 2012. p. 90-93.

207. Ljung L. Theory and practice of recursive identification / L. Ljung, T. Soderstrom – Cambr., Mass: MIT Press, 1983. – 529 p.

208. Milanese M. Bounded approaches to system identification / M. Milanese, J. Norton, H. Piet–Lahanier, E. Walter. – New–York, London : Plenum Press, 1996. – 357 p.

209. Moore R. E. Interval Analysis / R. E. Moore – Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1966. – 145 p.

210. Moore R. E. Methods and Applications of Interval Analysis / R. E. Moore. – Philadelphia: SIAM, 1979. – 190 p.

211. Moore R.E. Interval methods for nonlinar systems / R.E. Moore // Fundamentals of numerical computation (computer-oriented numerical analysis). Computing Supplement. – Wienn: Spring Verbag, 1980. – P. 113-120.

212. Moore R.E. Methods and Applications of Interval Analysis. - SIAM, Philadelphia, 1979 – 190 p.

213. Ocheretnyuk N. Features of structure identification the macromodels for nonstationary fields of air pollutions from vehicles / N. Ocheretnyuk, I. Voytyuk, M. Dyvak, Ye. Martsenyuk // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science (TCSET'2012) : Proc. of the XIth Intern. Conf. – Lviv-Slavske, 2012. – P. 444.

214. Porplytsya N. Features of structure identification of models of distributed parameters objects based on the artificial bee colony algorithm / N. Porplytsya, M. Dyvak, I. Spivak, T. Dyvak // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications, and Computer Science (TCSET'2014) : Proc. of the XIIth Intern. Conf. – Lviv-Slavske, 2014. – P. 419-420.

215. Porplytsya N. Interval difference operator for the task of identification recurrent laryngeal nerve / N. Porplytsya, M. Dyvak // Computational Problems of Electrical Engineering: Proceedings of the 16th International Conference (CPEE' 2015). – Lviv, 2015. – P. 156-158.

216. Porplytsya N. Mathematical and algorithmic foundations for implementation of the method for structure identification of interval difference operator based on functioning of bee colony / N. Porplytsya, M. Dyvak, I. Spivak, I. Voytyuk // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM'2015): Proc. of the XIIIth Intern. Conf. – Lviv, 2015. – P. 196-199.

217. Porplytsya N. Method of structure identification for interval difference operator based on the principles of honey bee colony functioning / N. Porplytsya, M. Dyvak, T. Dyvak // Computational Problems of Electrical Engineering. – 2014. – Vol. 4, №2. – P. 57-68.

218. Porplytsya N. Structure identification of interval difference operator for control the production process of drywall / N. Porplytsya, M. Dyvak, T. Dyvak, I. Voytyuk // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics (CADSM'2013) : Proc. of the XIIth Intern. Conf. – Lviv, 2013. – P. 262-264.

219. Pukas A. Features of Solving of the Task of Parameter Identification of Linear Interval Difference Functional / A. Pukas, T. Dyvak // Modern Problems of Radio Engineering, Telecommunications and Computer Science. Proceedings of the Xth International Conference TCSET'2010.- Lviv-Slavske: National University „Lviv Polytechnic", 2010. p.42

220. Riley J.R., The flight paths of honeybees recruited by the waggle dance / J. R. Riley , U. Greggers, A. D. Smith, D. R. Reynolds R. Menzel // NATURE: International weekly journal of science– 2005.–Vol. 435. – P. 205-207.

221. Rohn J. Input-output model with interval data / J. Rohn // Econometrica. – 1980. – Vol. 48. – P. 767–769.

222. Schweppe F. C. Recursive state estimation: unknown but bounded error and system inputs // IEEE Trans. Automat. Control. – 1968. – AC–13. – № 1. – P. 22–28.

223. Sean L. Essentials of Metaheuristics (Second edition) / L. Sean. – Raleigh: Lulu, 2013. – 250 p.

224. Shary S. P. Solving the linear interval tolerance problem / S. P. Shary // Mathematics and Computer in Simulation. – 1995. – V. 39. – P. 53–85.

225. Shary Sergey Randomized interval methods for global optimization / Sergey Shary, Nikita Panov // 15th GAMM-IMACS International Symposium on Scientific Computing, Computer Arithmetics and Verified Numerics. – 2012. p. 168-170

226. Walter E. Identification of parametric model from experimental data. / E. Walter, L. Pronzato - London, Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo: Springer, 1997. – 413 p.

227. Yermakova I. Use of mathematical models in assessment of human health / I. Yermakova, K. Lyabakh. // Med.&Biol. Eng. And Computing. – 1999. – Vol.39. – P. 860–861.

Наукове видання

Дивак Микола Петрович,
Порплиця Наталія Петрівна,
Дивак Тарас Миколайович

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ СИСТЕМ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Монографія

Редактор: І. Буняк
Компютерне макетування: Н. Порплиця
Дизайн обкладинки: М. Юрків

Підписано до друку 25.01.2018 р.
Формат 60х84/16. Папір офсетний.
Друк офсетний. Зам. № 5-3735
Умов.-друк. арк. 13,27. Обл.-вид. арк 14,39.
Тираж 300 прим.

Видавничо-поліграфічний центрі ТНЕУ «Економічна думка»
46004 м. Тернопіль, вул. Львівська, 11
тел. (0352) 47-58-72
E-mail: edition@tneu.edu.ua

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до державного реєстру видавців ДК № 3467 від 23.04.2009 р.

Віддруковано ФО-П Шпак В. Б.
Свідоцтво про державну реєстрацію В02 № 924434 від 11.12.2006 р.
м. Тернопіль, вул. Просвіти, 6.
тел. 8 097 299 38 99,
E-mail: tooums@ukr.net