

ДО ПИТАННЯ МОДИФІКОВАНОГО КОЛОКАЦІЙНО-ІТЕРАТИВНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРАМИ

При математичному моделюванні фізичних, хімічних, біологічних, економічних процесів виникають різноманітні задачі для диференціальних, інтегральних, інтегро-диференціальних рівнянь та їх систем. Лише незначну кількість таких задач можна розв'язати точно. Тому актуальним є створення і обґрунтування до таких задач різноманітних наближених методів [1-2].

До крайової задачі

$$x^{(m)}(t) + p_1(t)x^{(m-1)}(t) + \dots + p_m(t)x(t) = f(t) + c(t)\lambda + \varepsilon g(t, x(t), \dots, x^{(m-1)}(t), \lambda) \\ U_s(x) = \gamma_s, \quad \Phi_r(x) = v_r, \quad s = \overline{0, m-1}, \quad r = \overline{1, l}, \quad (1)$$

для якої виконуються наступні умови: $p_i \in C([a, b])$, $i = \overline{1, m}$, $c_i \in C([a, b])$, $i = \overline{1, l}$, $f \in C([a, b])$, $g(t, u_1, u_2, \dots, u_m, \lambda)$ - неперервна функція відносно своїх аргументів і задовольняє умову Ліпшиця, заст. Застосуємо колокаційно-ітеративний метод.

Нехай на відрізку $[a, b]$ задано систему лінійно-незалежних, неперервних функцій $\{\varphi_j(t)\}$, $j = \overline{0, n}$ та вузли колокації $\{t_j\}$, $j = \overline{0, n}$.

Задавши $u_0 \in L_2([a, b])$, нульове наближення визначаємо з задачі

$$(Ax_0)(t) + b(t)\lambda_0 = u_0(t) \quad (2)$$

$$U_s(x_0) = \gamma_s, \quad \Phi_r(x_0) = v_r, \quad s = \overline{0, m-1}, \quad r = \overline{1, l}. \quad (3)$$

Припустимо, що наближення $x_{k-1}(t)$, λ_{k-1} уже побудовані, тоді наближення $x_k(t)$, λ_k будемо визначати із задачі

$$(Ax_k)(t) + b(t)\lambda_k = f(t) + d(t)\mu_k + (Bz_k)(t) + \varepsilon g(t, x_{k-1}(t), \dots, x_{k-1}^{(m-1)}(t), \lambda_{k-1}), \quad (4)$$

$$U_s(x_k) = \gamma_s, \quad s = \overline{0, m-1}, \quad \Phi_r(x_k) = \nu_r, \quad r = \overline{1, l}, \quad (5)$$

в якій

$$z_k(t) = x_{k-1}(t) + \alpha_k(t), \quad \mu_k = \lambda_{k-1} + \theta_k, \quad (6)$$

$$\alpha_k(t) = \sum_0^n a_j^k \eta_j(t), \quad \theta_k = \sum_0^n a_j^k \nu_j, \quad k \in N. \quad (7)$$

Невідомі параметри a_j^k знаходимо з умови

$$(Lz_k)(t_i) - f(t_i) - c(t_i)\mu_k - \varepsilon g(t_i, x_{k-1}(t_i), x'_{k-1}(t_i), \dots, x_{k-1}^{(m-1)}(t_i), \lambda_{k-1}) = 0, \quad i = \overline{0, n}, \quad (8)$$

де $\{t_i\}$, $i = \overline{0, n}$ - вузли колокації.

Задана система лінійно-незалежних функцій $\{\varphi_j(t)\}$, і система функцій $\{\eta_j(t)\}$, та система векторів $\{\nu_j\}$, $j = \overline{0, n}$ зв'язані співвідношенням

$$(A\eta_j)(t) + b(t)\nu_j = \varphi_j(t), \quad (9)$$

$$U_s(\eta_j) = 0, \quad s = \overline{0, m-1}, \quad \Phi_r(\eta_j) = 0, \quad r = \overline{1, l} \quad (10)$$

Для знаходження параметрів a_j^k в кожній ітерації звичайним способом отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь виду

$$\Lambda a_k = b_k \quad (11)$$

Якщо система рівнянь (11) має єдиний розв'язок, то функція $\alpha_k(t)$ і вектор θ_k визначаються однозначно.

Література

1. Лучка А.Ю. Прекционно-итеративные методы. – К.: Наук. думка, 1993. – 288 с.
2. Поселюжна В.Б. Про достатні умови збіжності модифікованого колокаційно-ітеративного методу розв'язування нелінійних рівнянь // Нелінійні коливання. – 2002. – Т. 5, №1. – С. 115-119.